أكاديمية الحوت في الرياضيات

الحوت في الرياضيات

للمرحلة الإعدادية

أ. سعد حجازي

01282619484



أولاً الجبر

حاصل الضرب الديكارتي

الزوج المرتب

(س ، ص) يعبر عن نقطة في الإحداثيات المتعامدة ونلاحظ

(س ، ص) ≠ (ص ، س)

الزوج المرتب ⇐ (٢ ، ٣) : س = ٢ ، ص = ٣

(٢ ، ٣)

تساوي زوجين مرتبين

مثال ١ إذا كانت

(س ، ص) = (٢ ، –٥)

فإن س = ... ، ص = ...

مثال ٢ إذا كانت

(س + ١ ، ٥) = (٣ ، ص – ٢)

أحسب قيمة س ، ص

الحل

مثال ٣ إذا كانت

(س – ١ ، ٨) = (٩ ، ص^{٣})

أحسب قيمة س ، ص الحل

مثال ٤ إذا كانت

(س + ١ ، ص^{٢}) = (٣ ، ٩)

أحسب قيمة س ، ص

الحل

مثال ٥ إذا كانت

(س^{٣} – ٥ ، ٨) = (٣ ، ٣ص – ٧)

أحسب قيمة س ، ص

الحل

مثال ٦ إذا كانت

(أ – ٧ ، ٢٦) = (–٢ ، ب^{٣} – ١)

أحسب قيمة أ ، ب — الإسكندرية ٢٠١٣

الحل

٢

سؤال ٧ إذا كانت $(س-١ ، ١١) = (٨ ، ص+٣)$

أحسب قيمة $\sqrt{س+٢ص} =$ -----

الحل

سؤال ٨ إذا كانت $(٥ ، س-٨) = (ص+١ ، -٥)$

أحسب قيمة س + ص = -----

الحل

سؤال ٩ إذا كانت $(س^{٥} ، ص+١) = (٣٢ ، \sqrt[٣]{٢٧})$

أحسب قيمة س ، ص

الحل

سؤال ١٠ إذا كانت $(٢أ ، ٧) = (٢ب+١ ، أ)$

أحسب قيمة أ ، ب

سؤال ١١ إذا كانت $(س+٥ ، ٨) = (١ ، ٢ص+٧)$

أحسب قيمة ص = -----

سؤال ١٢ إذا كانت $(٥ ، س-٧) = (ص+١ ، -٥)$

أحسب قيمة س + ص = -----

الحل

حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين منتهيتين

إذا كانت س = {٢ ، ٣} ، ص = {١ ، ٢ ، ٤ ، ٥}

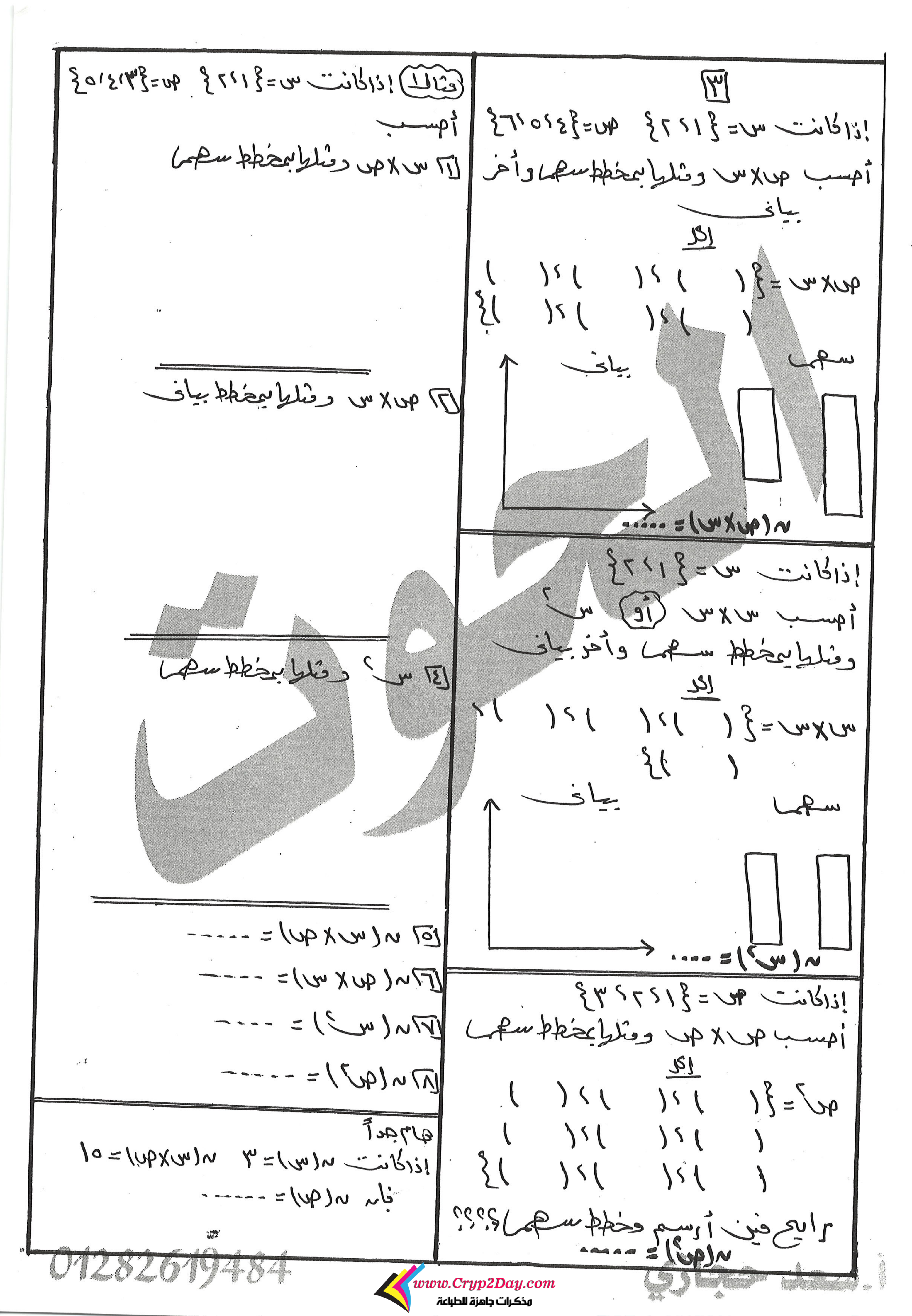
[١] أحسب س × ص وتمثيلها بمخطط سهمي وبمخطط بياني

الحل

س × ص = {(،) ، (،) ، (،) ، (،)
(،) ، (،) ، (،) ، (،)}

سهمي   بياني

ملحوظة ن(س × ص) = ...



[٣]

إذا كانت س = {١، ٢} ، ص = {٤، ٥، ٦}

أحسب ص × س وتمثلها بمخطط سهمي وآخر بياني

الحل

ص × س = {(،)، (،)، (،)، (،)، (،)، (،)}

سهمي — بياني

ن(ص × س) = ...

إذا كانت س = {١، ٢}

أحسب س × س (أو) س٢ وتمثلها بمخطط سهمي وآخر بياني

الحل

س × س = {(،)، (،)، (،)، (،)}

سهمي — بياني

ن(س٢) = ...

إذا كانت ص = {١، ٢، ٣}

أحسب ص × ص وتمثلها بمخطط سهمي

الحل

ص٢ = {(،)، (،)، (،)، (،)، (،)، (،)، (،)، (،)، (،)}

رايح فين أرسم مخطط سهمي؟؟؟

ن(ص٢) = ...

(واجب) إذا كانت س = {١، ٢} ، ص = {٣، ٤، ٥}

أحسب

[١] س × ص وتمثلها بمخطط سهمي

[٢] ص × س وتمثلها بمخطط بياني

[٣] س٢ وتمثلها بمخطط سهمي

[٤] ن(س × ص) = ------

[٥] ن(ص × س) = ------

[٦] ن(س٢) = ------

[٧] ن(ص٢) = ------

هام جداً

إذا كانت ن(س) = ٣ ، ن(س × ص) = ١٥

فإن ن(ص) = ------

مثال ٢ إذا كانت

س × ص = {(٢، ٦)، (٢، ٩)، (٣، ٦)، (٣، ٩)، (٥، ٦)، (٥، ٩)}

أحسب س = ...

ص = ...

ص² = ...

....

ن(س²) = ...

مثال ٣ إذا كانت س = {٢، ٢، -١}

ص = {٤، ٢، ٠} ع = {٤، ٥، -٢}

أحسب

[١] س × ص = ...

....

[٢] ص × ع = ...

....

[٣] س² = ...

....

[٤] ن(س × ع) = ...

[٥] ن(ص²) = ...

[٦] ن(ع²) = ...

مثال ٤ إذا كانت

س × ص = {(١، ١)، (١، ٣)، (١، ٥)}

أوجد [١] س = ...

[٢] ص = ...

[٣] ص × س = ...

مثال ٥ إذا كانت

س × ص = {(١، ٣)، (٢، ٣)، (٣، ٣)}

أوجد س،

مثال ٦ مهم جداً إذا كانت (العبور، أسيوط، الدقهلية ٢٠١٣)

س = {٢، ٥} ص = {٥، ٦} ع = {٦، ٢، ٣}

أحسب

[١] س × (ص ∩ ع) =

[٢] (س − ص) × ع =

[٣] (س − ص) × (ص − ع) =

مثال ٧ أكمل

[١] إذا كانت س = {١، ٢، ٣} ص = {٤}

فإن س × ص = ...

[٢] إذا كانت س = {٢، ٥، ٣} ص = {م}

فإن ص × س = ...

[٣] إذا كانت س = {٢، ٥}

فإن س × ∅ = ...، ن(س × ∅) = ...

[٤] {٢} × {٥} = ...

[٥] {٠} × {١، ٢} = ...

[٦] إذا كانت (٢، ٥) ∈ س × ص فإن

(٥، ٢) ∈ ....

٧) إذا كانت (١، ٥) ∈ س × ص فإن

١ ∈ .... ٥ ∈ ....

٨) إذا كانت س = {٢} فإن

س² = ...

٩) إذا كانت س = {٢، ٥} ص = {٣، ٢، ١}

فإن (٢، ٣) ∈ ....

(٣، ٥) ∈ ....

(٢، ٢) ∈ ....

(١، ٣) ∈ ....

١٠) إذا كان ن(س) = ٤ ، ن(س × ص) = ١٢

فإن ن(ص) = ...

١١) إذا كان ن(ص) = ٢ ، ن(س × ص) = ١٠

فإن ن(س) = ...

١٢) إذا كان ن(س²) = ٩ فإن ن(س) = ...

١٣) إذا كان ن(ص²) = ١٦ فإن ن(ص) = ...

١٤) إذا كان ن(س²) = ٤ ، ن(س × ص) = ٨

فإن ن(ص) = ...

١٥) إذا كان س = {٢، ٣} فإن ن(س × Ø) = ...

١٦) إذا كان (٣، ٥) ∈ {٣، ٦} × {م، ١، ٨}

فإن م = ...

١٧) إذا كان (٢، ٤) ∈ {٢، ٥} × {س، ٦}

فإن س = ...

١٨) إذا كانت س = {٢، ٥، ٣} فإن ن(س²) = ...

١٩) إذا كانت ن(س) = ٧ ، ن(م × ص) = ٢١

فإن ن(ص) = ...

تقسيم الشبكة التربيعية

محور الصادات

ص

الربع الثاني (-، +)   الربع الأول (+، +)

س َ   محور السينات س

الربع الثالث (-، -)   الربع الرابع (+، -)

ص َ

مثال: أكمل

١) النقطة (٢، ٣) تقع في الربع ....

٢) النقطة (٣، -١) تقع في الربع ....

٣) النقطة (-٢، -٥) تقع في الربع ....

٤) النقطة (-١، ٢) تقع في الربع ....

٥) النقطة (-½، ٥) تقع في الربع ....

٦) النقطة (√٧، -٢) تقع في الربع ....

٧) النقطة (٢، ٠) تقع ....

٨) النقطة (٠، -٢) تقع ....

٩) النقطة (٥، م - ٢) تقع على محور السينات

فإن م = ...

١٠) النقطة (م، ٧) تقع على محور الصادات

فإن ....

١١) النقطة (٢، م - ٥) تقع على محور السينات

فإن م = ...

١٢) النقطة (م + ٢، ٤) تقع على محور الصادات

فإن م = ...

١٣) النقطة (م، ٣) تقع على محور الصادات

فإن ٢م + ٣ = ...

١٤) النقطة (م - ٢، م - ٤) تقع في الربع الرابع م ∈ ...

١٥ إذا كانت (-٤ ، ص) تقع على محور س س̄ فإن ٣ص - ١ = ...

١٦ إذا كانت (أ ، ب) تقع في الربع الرابع فإن أب ...... صفر [= ، < ، > ، ≤]

١٧ إذا كانت النقطة (س - ٤ ، ٢ - س) تقع في الربع الثالث فإن س = ...

[٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦]

العلاقات والدوال

إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} وكانت ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني أ + ب = ٥ لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي أذكر مع بيان السبب هل ع دالة أم لا وأكتب المدى

الحل

أ + ب = ٥

بيان ع = {(٠ ، ٥) ، (١ ، ٤) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢)}

المدى = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

ع دالة لأنه كل عنصر من عناصر س ظهر مرة واحدة في ع

س: ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ (المجال)

ص: ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ (المجال المقابل)

المدى

مثال أكمل

١ إذا كانت د دالة من المجموعة س إلى ص

فإن س تسمى ......

ص تسمى ......

المدى ⊂ ......

٢ إذا كان بيان ع = {(٢ ، ٥) ، (٣ ، ٤) ، (١ ، ٦)}

فإن المدى = ...

مثال ١ إذا كانت س = {٣ ، ٤ ، ٥} ، ص = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ٩ ، ١٠} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني أن أ = $\frac{1}{2}$ ب لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وبين أن ع دالة أم لا وأكتب مداها

الحل

مثال ٢ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني أ = $\frac{1}{3}$ ب لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي ، هل ع دالة؟ إذا كانت دالة أوجد المدى

الحل

مثال ٣ إذا كانت س = {٤، ٦، ٨، ١٠} ، ص = {٢، ٣، ٤، ٥} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ، ب) ∈ ع تعني أ = ٢ ب

اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بياني

الحل

مثال ٥ إذا كانت س = {٠، ١، ٢، ٤، ٧} ، ص = {١، ٢، ٣، ٥، ٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ، ب) ∈ ع تعني أ + ب < ٨ لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا ولماذا

الحل

مثال ٤ إذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٤، ٥} ، ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص تعني (أ، ب) ∈ ع تعني أ + ب = ٧ لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وأوجد مداها وهل ع دالة أم لا

الحل

مثال ٦ إذا كان س = {٠، ١، ٢، ٣} ، ص = {٠، ١، ٢، ٤، ٨، ٩} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ، ب) ∈ ع تعني أ² = ب لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا ولماذا

الحل

مثال ٧ إذا كانت س = {-٢ ، ٢ ، -١ ، ١} ، ص = {-٨ ، ٨ ، -١ ، ١ ، ٤ ، ١٢} وكانت ع علاقة من س إلى ص تعني (P ع ب) حيث P³ = ب لكل P ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا ولماذا؟

الحل

مثال ٨ إذا كانت س = {٢ ، ٣ ، ٤} ، ٥ ، ص = {٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ ، ١٥} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (P ع ب) تعني P تقسم ب لكل P ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي.

الحل

مثال ٩ إذا كانت س = {٢ ، ٥ ، ٨} ، ص = {١٠ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٣٠} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (P ع ب) تعني P عامل من عوامل ب أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وأخر بياني وهل ع دالة أم لا ولماذا؟

مثال ١٠ إذا كانت س = {٦ ، ٤ ، ٢ ، ٠ ، -٢ ، -٤ ، -٦} وكانت ع علاقة على س حيث (P ع ب) تعني P معكوس جمعي لـ ب أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا وإذا كانت تمثل دالة أوجد مداها

الحل

مثال ١١ إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، $\frac{1}{2}$} وكانت ع علاقة على س حيث (P ع ب) تعني P معكوس ضربي لـ ب لكل P ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة

الحل

مثال ١٢ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ١١} وكانت ع علاقة على س حيث P + ٢ب = عدد فردي

مثال ١٣ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ١٠} وكانت ع علاقة على س حيث P مضاعف ب



دوال كثيرات الحدود

التعبير الرمزي عن الدالة

يرمز للدالة من المجموعة س إلى المجموعة ص

د : س ← ص

- د ← الدالة معرفة
- س ← المجال
- ص ← المجال المقابل

مثال :- د(س) = س + ١

د(س) = $س^{٢}$ − ١

وتسمى قاعدة الدالة

مثال ١ اذا كانت س = {−١ ، ٠ ، ١ ، ٢}

ص = {٠ ، ١ ، −١ ، ٢} وكانت الدالة

د : س ← ص حيث د(س) = $س^{٢}$ − ١

أكتب بيان الدالة د ومثلها بمخطط سهمي

ثم أكتب مدى

الحل

مثال ٢ إذا كانت س = {٢ ، ٣ ، ٤}

ص = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨} وكانت د: س ← ص

حيث د(س) = ٩ − س (المنيا ٢٠١٢)

أوجد صور عناصر س بالدالة د

الحل

دالة كثيرات الحدود هي دالة قاعدتها صورة

س هي ص أو مقدار جبري يتوافر فيه شرطان

[1] المجال والمجال المقابل للدالة هو مجموعة ح

[2] الأس الموجود في الدالة يكون من مجموعة ط

درجة كثيرات الحدود هي أكبر قوة للمتغير في قاعدة الدالة

مثال ٣ أذكر درجة الدوال

[1] د(س) = ٦ $س^{٧}$ + ٢ $س^{٥}$ − ٢ س من الدرجة ....

[2] د(س) = $(س − ٥)^{٣}$ من الدرجة ....

[3] د(س) = س − ٣ من الدرجة ....

[4] د(س) = ٢ $س^{٢}$ − ٥ س من الدرجة ....

[5] د(س) = س (س − ٣ − $س^{٢}$) من الدرجة ....

[6] د(س) = $س^{٢}$ $(س − ٣)^{٢}$ من الدرجة ....

[7] د(س) = $س^{٥}$ (س − ١) من الدرجة ....

[8] د(س) = $س^{٢}$ − $(س − ١)^{٢}$ من الدرجة ....

مثال ٤ إذا كانت د(س) = ٢ $س^{٢}$ − ٥ س + ٢

[1] أذكر درجة د (المنوفية ٢٠٠٩)

[2] أثبت أن د(٢) = د($\frac{١}{٢}$)

الحل

مثال ٥ إذا كانت د(س) = $س^{٢}$ − س + ٣

أوجد د(−٢) ، د(١) ، د(٠)

(بورسعيد ٢٠١٣)

الحل

مثال ٦ إذا كانت د(س) = $س^{2}$ − ٣س
ر(س) = س − ٣

١) أوجد د($\sqrt{2}$) + ٣ ر($\sqrt{2}$)

٢) أثبت أن د(٣) = ر(٣) = صفر

الحل

مثال ٧ إذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٤، ٥} وكانت د: س ⟵ ع حيث د(س) = ٢س + ١ أوجد المدى.

الحل

مثال ٨ إذا كانت د(س) = ٤س + ب وكانت د(٣) = ١٥ أحسب قيمة ب = ...

الحل

جيد جداً

مثال ٩ إذا كانت د(س) = س − ٦ وكانت $\frac{1}{3}$ د(م) = −٢ أحسب قيمة م = ...

أ/ اسكندرية ٢٠١٣

مثال ١٠ أكمل

١) الدالة د(س) = س(س − ٥$س^{2}$) من الدرجة ......

٢) إذا كانت د(س) = $س^{3}$ − ١ فإن د(١) = ...

٣) إذا كانت د(س) = $س^{2}$ − س + ٣ فإن د(٣) = ...

٤) إذا كانت د(س) = $س^{2}$ − $\sqrt{2}$س فإن د($\sqrt{2}$) = ...

٥) إذا كانت د(س) = م س + ٦ ، د(٢) = ٢
فإن م = ...

٦) إذا كان د(س) = ٥س − ٧ فإن د(٣) = ...

٧) إذا كان د(س) = ٦س فإن د(٢) + د(−٢) = ...

٨) إذا كان د(س) = ٣س + ب ، د(٤) = ١٣
فإن ب = ...

٩) إذا كانت (٣، −٦) ∈ بيان الدالة
د(س) = ك س + ٨ فإن ك = ...

١٠) إذا كانت (م، ١٣) ∈ بيان الدالة
د(س) = ٣س + ٤ فإن م = ...

١١) إذا كانت (٢، ب) ∈ بيان الدالة
د(س) = ٣س − ٦ فإن ب = ...

مثال ١١ إذا كانت د(س) = ٥س − ب ، ر(س) = س − ٢ب
حيث د، ر كثيرات حدود وكان د(١) + ر(٣) = −٧
أوجد ١) قيمة ب ٢) قيمة د(٣) + ر(١)

الحل

∵ د(١) + ر(٣) = −٧

٥ − ب + ٣ − ٢ب = −٧

٨ − ٣ب = −٧

−٣ب = −٧ − ٨

$\frac{-٣ب}{-٣} = \frac{-١٥}{-٣}$

ب = ٥ ⟸ المطلوب الأول

∴ د(س) = ٥س − ٥ ، ر(س) = س − ١٠

د(٣) + ر(١) = (٥ × ٣ − ٥) + (١ − ١٠) = ١

دراسة بعض دوال كثيرات الحدود

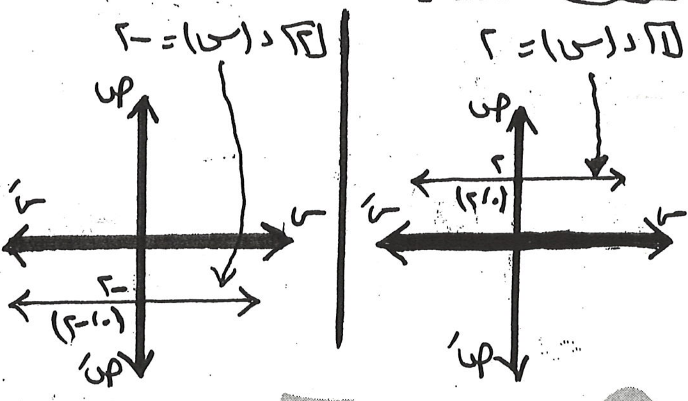
[١] الدالة الثابتة

هى دالة من الدرجة الصفرية $د(س) = أ$

تمثل بيانياً بخط مستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، أ) ويوازى محور السينات

مثال مثل بيانياً الدالة

[١] د(س) = ٢ [٢] د(س) = -٢



أكمل سميت دالة ثابتة لأن قيمتها لا تتغير

[١] إذا كانت د(س) = ٢ فإن د(٣) = ...

[٢] إذا كانت د(س) = -٣ فإن د(١٠) = ...

[٣] إذا كانت د(س) = ٥ فإن د($\sqrt{٢}$) = ...

[٤] إذا كانت د(س) = ٢ فإن د(٣) + د(-٣) = ...

[٥] إذا كانت د(س) = ٥ فإن $\frac{د(٢)}{د(-٢)}$ = ...

[٢] الدالة الخطية

هى دالة من الدرجة الأولى $د(س) = أ س + ب$

تمثل بيانياً بخط مستقيم يقطع المحورين

السينى فى النقطة ($-\frac{ب}{أ}$ ، ٠)

الصادى فى النقطة (٠ ، ب)

أكمل [١] المستقيم د(س) = ٢س + ٦ يقطع محور السينات فى النقطة (،) والصادات (،)

[٢] المستقيم د(س) = ٣س - ٦ يقطع محور السينات فى النقطة (،) والصادات (،)

مثال [١٢] إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٥} وكانت ع دالة على س وكان

بيان ع = {(١ ، ٢) ، (ب ، ١) ، (أ ، ٣) ، (٥ ، ١)}

أوجد القيمة العددية للمقدار أ + ب (الفيوم ٢٠١٤)

الحل

مثال [١٣] إذا كان (أسيوط ٢٠١٤)

بيان ع = {(٠ ، ٤) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ١)}

أوجد [١] المجال =

[٢] المدى =

[٣] قاعدة الدالة

مثال [١٤] إذا كان

بيان ع = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٧) ، (٤ ، ٩) ، (٥ ، ١١)}

أوجد [١] المجال =

[٢] المدى =

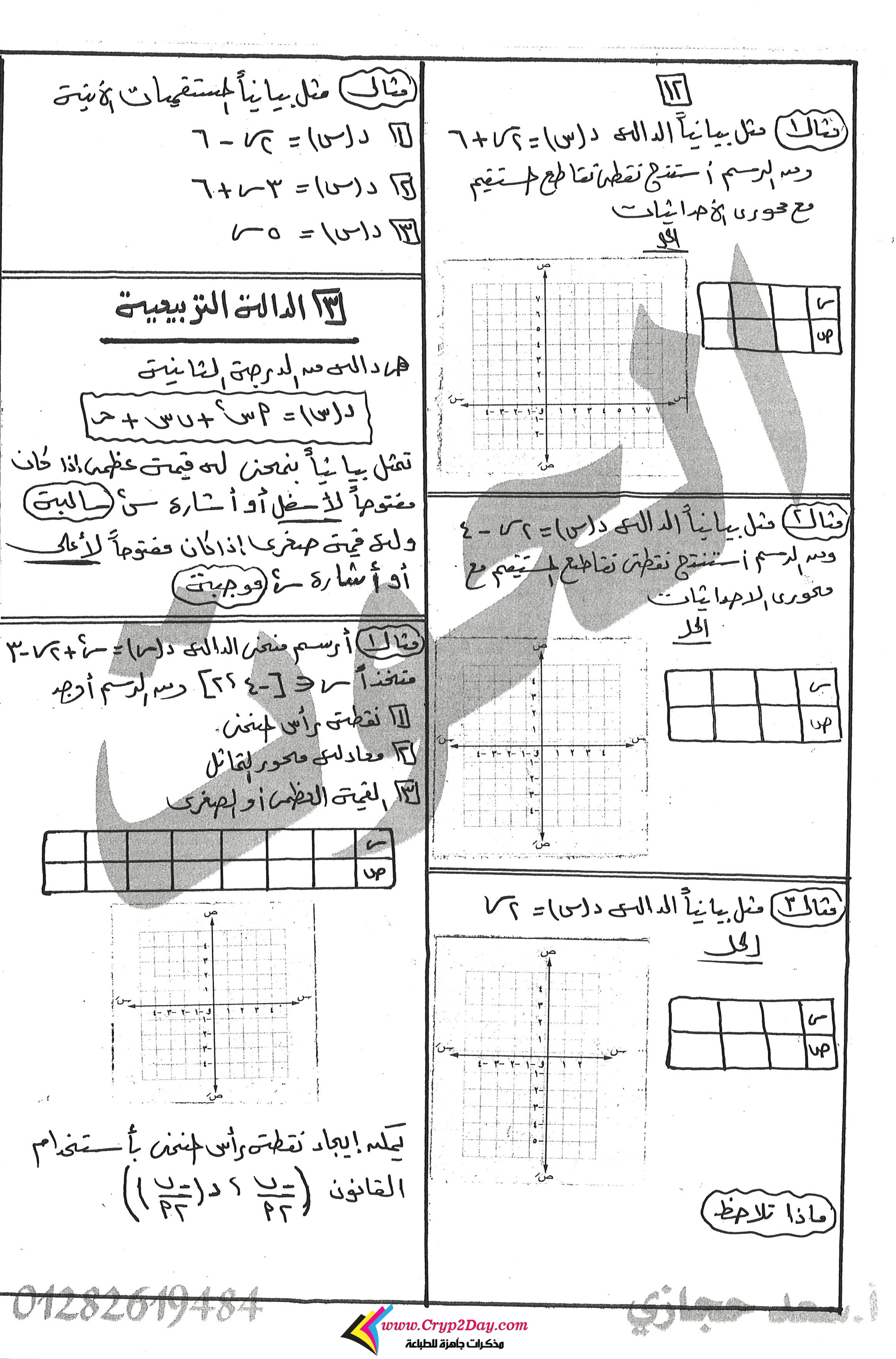
[٣] قاعدة الدالة

مثال [١٥] إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٥ ، ٧}

ص = {٢ ، ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٨} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعنى أ + ب = عدد فردى

لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع وشكلها بمخطط سهمى وهل ع دالة أم لا ولماذا

الحل



١٢

مثال ١ مثل بيانياً الدالة د(س) = ٢س + ٦

ومن الرسم استنتج نقطة تقاطع المستقيم مع محوري الإحداثيات

الحل

س			
ص			

مثال ٢ مثل بيانياً الدالة د(س) = ٢س − ٤

ومن الرسم استنتج نقطة تقاطع المستقيم مع محوري الإحداثيات

الحل

س			
ص			

مثال ٣ مثل بيانياً الدالة د(س) = ٢س

الحل

س			
ص			

ماذا تلاحظ

مثال مثل بيانياً المستقيمات الآتية

١) د(س) = ٢س − ٦

٢) د(س) = −٣س + ٦

٣) د(س) = ٥س

٣ الدالة التربيعية

هي الدالة من الدرجة الثانية

د(س) = أس² + ب س + جـ

تمثل بيانياً بمنحنى له قيمة عظمى إذا كان مفتوحاً لأسفل أو إشارة س² سالبة

وله قيمة صغرى إذا كان مفتوحاً لأعلى أو إشارة س² موجبة

مثال ١ ارسم منحنى الدالة د(س) = س² + ٢س − ٣ متخذاً س ∈ [−٤ ، ٢] ومن الرسم أوجد

١) نقطة رأس المنحنى

٢) معادلة محور التماثل

٣) القيمة العظمى أو الصغرى

س							
ص							

يمكن إيجاد نقطة رأس المنحنى باستخدام القانون $\left(\frac{-ب}{٢أ} ، د\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)\right)$

١٣

(البحيرة ، قنا ٢٠١٣)

مثال ٢ مثل بيانياً الدالة د(س) = س² − ٢ متخذاً س ∈ [−٣ ، ٣] ومن الرسم أوجد

١ رأس المنحنى ٢ معادلة محور التماثل

٣ القيمة العظمى أو الصغرى

مثال ٣ مثل بيانياً الدالة د(س) = (س − ٢)² متخذاً س ∈ [−١ ، ٥] ومن الرسم استنتج

١ رأس المنحنى ٢ معادلة محور التماثل

٣ القيمة العظمى أو الصغرى

(الإسكندرية ٢٠١٤)

مثال ٤ مثل بيانياً الدالة د(س) = ٢ − س² متخذاً س ∈ [−٣ ، ٣] ومن الرسم استنتج

١ رأس المنحنى ٢ معادلة محور التماثل

٣ القيمة العظمى أو الصغرى

(أسيوط ٢٠١٣)

مثال ٥ في الشكل المقابل يمثل منحنى د(س) = م − س²

(شمال سيناء ٢٠١١)

إذا كان أو = ٤ وحدات

أوجد: ١ قيمة م

٢ إحداثي أ ، ب

٣ مساحة المثلث الذي رؤوسه أ ، ب ، ج

ص ، س ، ص َ ، س َ ، أ ، ب ، ج ، و ، ٤ وحدات

الحل

مثال ٦ ارسم الشكل البياني للدالة د(س) = س(س − ٥) + ٣ في الفترة [٠ ، ٥]

ومن الرسم استنتج

١ نقطة رأس المنحنى

٢ معادلة محور التماثل

٣ القيمة العظمى أو الصغرى

مثال ٧ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د(س) = ٦س − أ يقطع محور الصادات في النقطة (ب ، ٣) أوجد

١ قيمة أ ، ب ٢ قيمة أ^ب

٣ قيمة ٢أ + ٧ب

(الإسكندرية ٢٠١٣)

الحل

مثال ٨ أكمل

١ الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة ص = ٢س − ١ يمثلها بيانياً خط مستقيم يقطع محور الصادات في النقطة ....

٢ الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة ص = ٣س + ٦ يمثلها بيانياً خط مستقيم يقطع محور السينات في النقطة ....

٣ إذا كانت النقطة (أ ، ٣) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د(س) = ٤س − ٥ فإن أ = ...

٤ إذا كانت الدالة د(س) = ٣س − ١ يمثلها خط مستقيم يمر بالنقطة (أ ، ٢) فإن أ = ...

٥ إذا كانت الدالة د(س) = ب س + ٤ يمثلها بيانياً خط مستقيم يمر بالنقطة (٣ ، ب) فإن ب = ...

٦ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٥} وكانت د : س ← ح حيث د(س) = ٢س + ١ أوجد المدى = ...

النسبة والتناسب

النسبة: هي مقارنة بين كميتين أو عددين من نفس النوع

فمثلاً $\frac{٢}{٥}$ أو ٢ : ٥ تسمى نسبة

٢ إلى ٥

٢ ← مقدم النسبة ، ٥ ← تالى النسبة

التناسب: هو تساوى نسبتين أو أكثر

فمثلاً $\frac{٢}{٥} = \frac{٤}{١٠} = \frac{٨}{٢٠} = \frac{٢٠}{٥٠}$ وهكذا

ملحوظة $\frac{٢}{٥} = \frac{٤}{١٠}$ أو ٢ ، ٥ ، ٤ ، ١٠

٢ ← الأول ، ٥ ← الثانى ، ٤ ← الثالث ، ١٠ ← الرابع

إذا كان أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة

$\therefore \frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$

مثال ١

[١] إذا كانت ٣ ، ٤ ، س ، ٢٠ متناسبة

فإن س = ----

[٢] إذا كانت ٢ ، س ، ٤ ، ١٠ متناسبة

فإن س = ----

[٣] أوجد الأول المتناسب للكميات ٥ ، ٦ ، ١٠

[٤] أوجد الثانى المتناسب للكميات ٤ ، ٨ ، ١٠

[٥] أوجد الثالث المتناسب للكميات ٢ ، ٣ ، ١٥

[٦] أوجد الرابع المتناسب للكميات ٧ ، ٤ ، ١٤

مثال ٢ إذا كان $\frac{٢س + ٥}{٣س - ٣} = \frac{٥}{٤}$

أحسب قيمة س

الحل

مثال ٣ إذا كان $\frac{٢س - ٣}{س - ٥} = \frac{١}{٤}$

أحسب قيمة س

الحل

مثال ٤ إذا كانت $\frac{س - ٥}{٥س + ٣} = \frac{٢}{٣}$

أحسب قيمة س

الحل

أكمل

[١] إذا كان ٢س = ٣ص فإن $\frac{س}{ص}$ = ----

[٢] إذا كان ٢س = ٥ص فإن $\frac{ص}{س}$ = ----

[٣] إذا كان ٥أ − ٤ب = ٠ فإن $\frac{أ}{ب}$ = ----

[٤] إذا كان $\frac{٢أ - ٣ب}{٤أ + ٥ب} = ٠$ فإن $\frac{أ}{ب}$ = ----

مثال ٥ إذا كان $\frac{٤س - ٣ص}{٢س + ص} = \frac{٤}{٧}$

أوجد في أبسط صورة س : ص

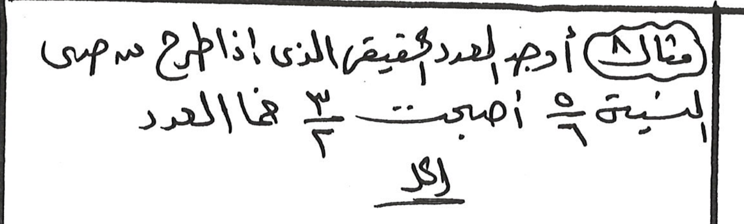
الحل

مثال ٦ إذا كان $\frac{س + ٣ص}{٢س - ص} = \frac{٤}{٣}$

أوجد النسبة ص : س

الحل

مثال ٧ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ١٧ : ٢٢ فإننا نحصل على النسبة ٦ : ٧ ما العدد؟ الحل



مثال ٨ أوجد العدد الحقيقي الذى إذا طرح من حدى النسبة $\frac{٥}{٦}$ أصبحت $\frac{٣}{٢}$ فما العدد

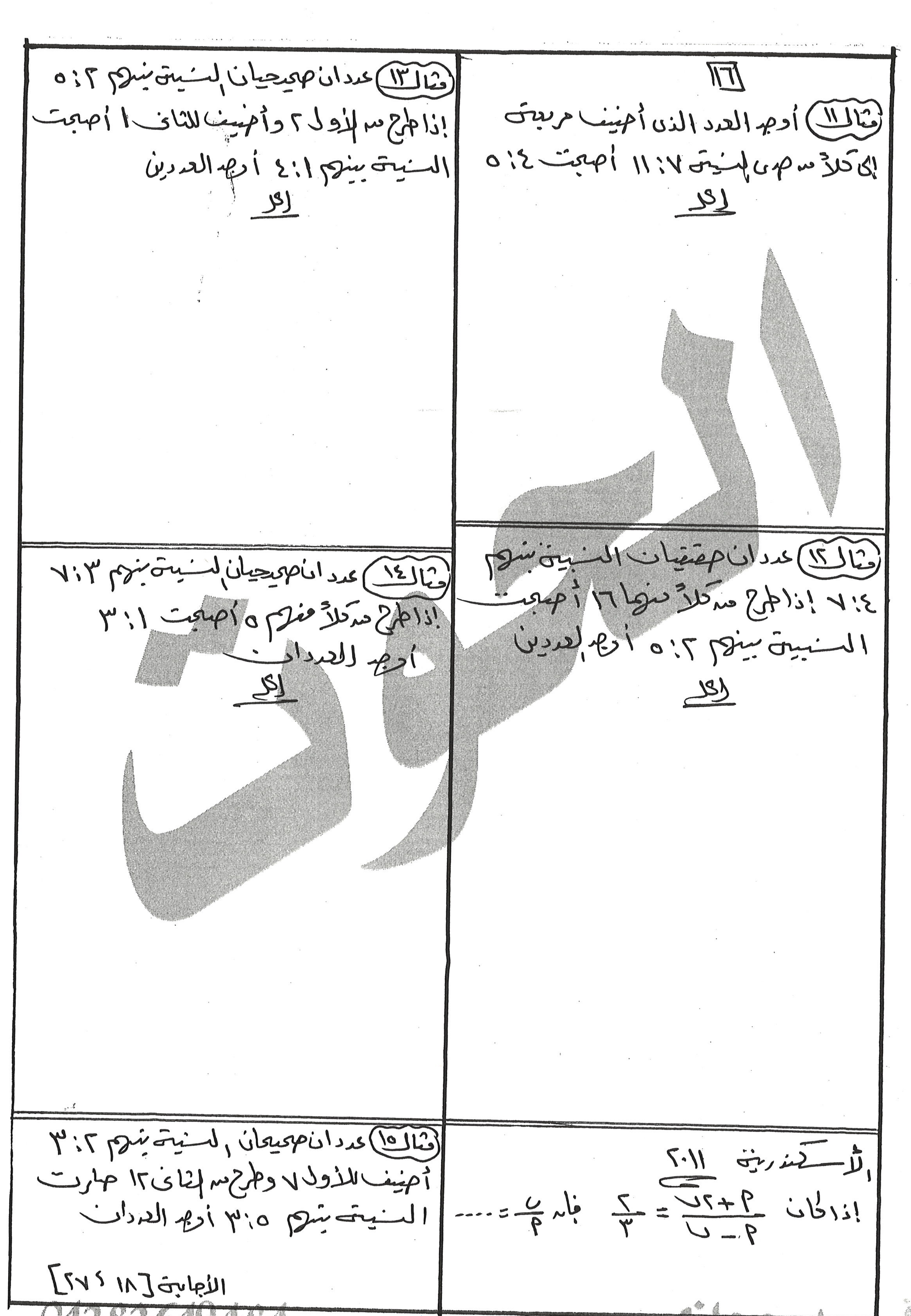
الحل

مثال ٩ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ أصبحت ٢ : ٣

الحل

مثال ١٠ أوجد العدد الذى إذا طرح ثلاثة أمثاله من حدى النسبة $\frac{٤٩}{٦٩}$ أصبحت $\frac{٢}{٣}$

الحل



مثال ١١ أوجد العدد الذي أضيف مربعه إلى كلا من حدي النسبة ٧ : ١١ أصبحت ٤ : ٥

الحل

مثال ١٢ عددان حقيقيان النسبة بينهم ٤ : ٧ إذا طرح من كلا منها ١٦ أصبحت النسبة بينهم ٢ : ٥ أوجد العددين

الحل

الإسكندرية ٢٠١١

إذا كان $\frac{أ + ٢ب}{أ - ب} = \frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{ب}{أ}$ = ...

مثال ١٣ عددان صحيحان النسبة بينهم ٢ : ٥ إذا طرح من الأول ٢ وأضيف للثاني ١ أصبحت النسبة بينهم ١ : ٤ أوجد العددين

الحل

مثال ١٤ عددان صحيحان النسبة بينهم ٣ : ٧ إذا طرح من كلا منهم ٥ أصبحت ١ : ٣ أوجد العددان

الحل

مثال ١٥ عددان صحيحان النسبة بينهم ٢ : ٣ أضيف للأول ٧ وطرح من الثاني ١٢ صارت النسبة بينهم ٥ : ٣ أوجد العددان

الإجابة [١٨ ، ٢٧]

سؤال ١٦ أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى كلاً من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فإنها تكون متناسبة

الحل

سؤال ١٧ إذا كانت $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$

أحسب قيمة $\frac{٢٠أ - ٧ب}{١٥أ + ب} =$

سؤال ١٨ اذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$

أحسب قيمة $\frac{٤أ + ب}{٢أ - ب} =$

سؤال ١٩ إذا كان $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$

أحسب قيمة $\frac{٣س + ٢ص}{٦ص - س} =$

سؤال ٢٠ إذا كانت ٢أ = ٣ب

أحسب قيمة $\frac{٤أ - ب}{٣أ - ٢ب} =$

سؤال ٢١ إذا كانت $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{جـ}{د} = \frac{٧}{٢}$

أحسب قيمة $\frac{٢أجـ + بد}{ب جـ - ٣أد} =$

سؤال ٢٢ الإسماعيلية ٢٠١٣

إذا كان $\frac{٢١س + أ}{٧س + ب} = \frac{أ}{ب}$ ، س ≠ ٠

أحسب قيمة $\frac{أ + ٢ب}{٢أ}$

الحل

∵ $\frac{٢١س + أ}{٧س + ب} = \frac{أ}{ب}$

٢١ب س + أب = ٧أ س + أب

∴ ٢١ب س = ٧أ س

∴ ٢١ب = ٧أ

∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{٢١}{٧}$ بالتعويض في المطلوب

$\frac{أ + ٢ب}{٢أ} = \frac{٢١ + ٢ \times ٧}{٢ \times ٢١} = \frac{٥}{٦}$

سؤال ٢٣ إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$ أحسب قيمة

٧أ + ٩ب : ٤أ + ٢ب =

سؤال ٢٤ أكمل

١) نسبة مساحة منطقة مربعة طول ضلعها ل سم إلى مساحة منطقة مربعة طول ضلعها ٢ل سم هي ---- : ----

٢) إذا كان $\frac{٣أ}{٥ب} = \frac{١}{٢}$ فإن $\frac{أ}{ب} =$ ----

٣) إذا كان ٥ص = ٤س فإن $\frac{٥ص}{٤س} =$ ----

٤) إذا كان ٣أ = ٨ب فإن $\frac{٢أ}{ب} =$ ----

٥) إذا كان أ ، س ، ب ، ٢س كميات متناسبة فإن $\frac{أ}{ب} =$ ----

٦) إذا كان ٥أ ، ٢ ، ٣ب ، ٧ أربع كميات متناسبة فإن $\frac{أ}{ب} =$ ----

خواص التناسب

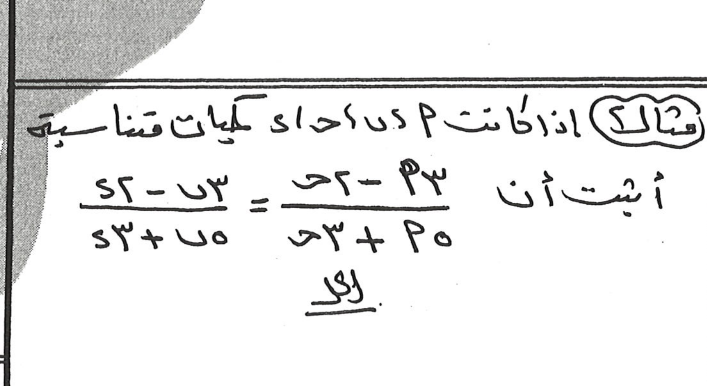
إذا كان أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

فإن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$ ← أ = ب م ، جـ = د م

مثال (١) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\frac{2أ + 3جـ}{7أ - 5جـ} = \frac{2ب + 3د}{7ب - 5د}$

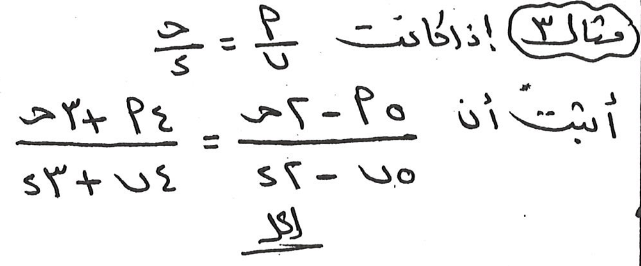
الحل



مثال (٢) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\frac{3أ - 2جـ}{5أ + 3جـ} = \frac{3ب - 2د}{5ب + 3د}$

الحل



مثال (٣) إذا كانت $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$

أثبت أن $\frac{5أ - 2جـ}{5ب - 2د} = \frac{4أ + 3جـ}{4ب + 3د}$

الحل

مثال (٤) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\frac{أ^2 + جـ^2}{ب^2 + د^2} = \frac{أجـ}{بد}$

الحل

مثال (٥) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\left(\frac{أ - جـ}{ب - د}\right)^2 = \frac{أجـ}{بد}$

الحل

مثال ٦ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

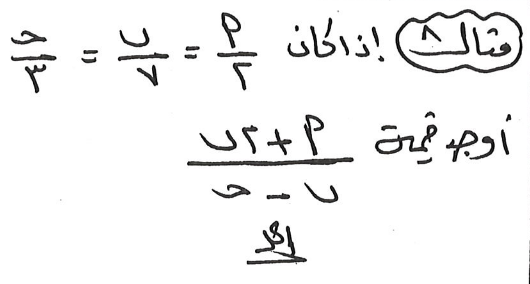
أثبت أن $\frac{أ^2 + جـ^2}{أب + جـد} = \frac{أ}{ب}$

الحل

مثال ٧ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\sqrt[3]{\frac{5أ^3 - 3جـ^3}{5ب^3 - 3د^3}} = \frac{أ + جـ}{ب + د}$

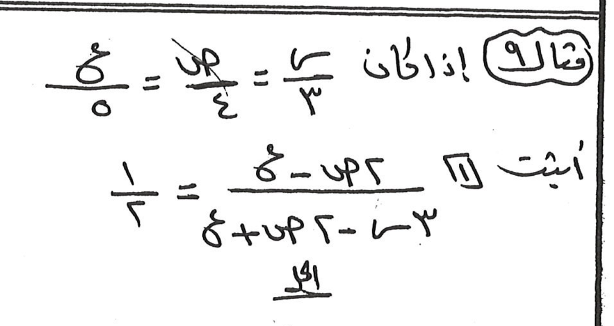
الحل



مثال ٨ إذا كان $\frac{أ}{2} = \frac{ب}{7} = \frac{جـ}{3}$

أوجد قيمة $\frac{أ + 2ب}{ب - جـ}$

الحل



مثال ٩ إذا كان $\frac{س}{3} = \frac{ص}{4} = \frac{ع}{5}$

أثبت [1] $\frac{2ص - ع}{3س - 2ص + ع} = \frac{1}{2}$

الحل

[2] $\sqrt{3سع + 3ص^2 + ع^2} = 2س - س + ص$

الحل

مثال ١٠ إذا كانت $\frac{أ}{2} = \frac{ب}{3} = \frac{جـ}{4}$

أثبت أن ٢أ − ٥ب + ٣جـ = إحدى النسب

الحل

من خواص التناسب

$$\frac{\text{مجموع المقدمات}}{\text{مجموع التوالي}} = \text{إحدى النسب}$$

مثال ١ إذا كان

$$\frac{س}{أ - ٢ب} = \frac{ص}{ب - ٢ج} = \frac{ع}{ج - ٢أ}$$

أثبت أن

$$\frac{س + ٢ص - ع}{٣أ - ٥ج} = \frac{ص + ٢ع}{ب - ٤أ}$$

الحل

إذا كانت $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{٤س - ٢ص}{ع}$

فإن ع = ...

إذا كانت $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{٢أ - ب}{م}$

فإن م = ...



مثال ٢ إذا كان

$$\frac{أ}{٤س + ص} = \frac{ب}{س - ٤ص}$$

أثبت أن

$$\frac{أ + ب}{٥س - ٣ص} = \frac{أ - ب}{٣س + ٥ص}$$

الحل

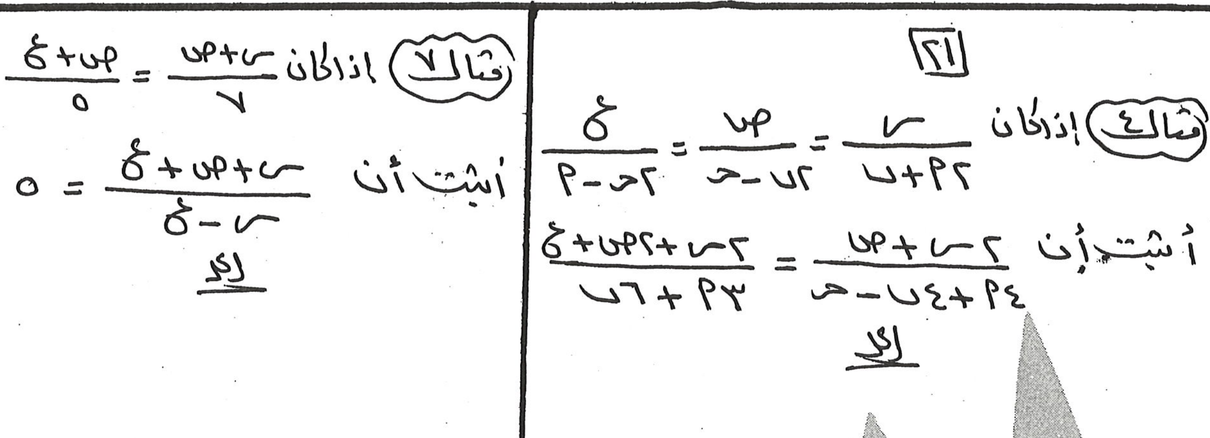
مثال ٣ إذا كان

$$\frac{س}{أ - ب + ج} = \frac{ص}{ب - ج + أ} = \frac{ع}{ج - أ + ب}$$

أثبت أن

$$\frac{س + ص}{أ} = \frac{ص + ع}{ب}$$

الحل



مثال ٤ إذا كان $\frac{\text{س}}{\text{٢أ}+\text{ب}} = \frac{\text{ص}}{\text{٢ب}-\text{جـ}} = \frac{\text{ع}}{\text{٢جـ}-\text{أ}}$

أثبت أن $\frac{\text{٢س}+\text{ص}}{\text{٤أ}+\text{٤ب}-\text{جـ}} = \frac{\text{٢س}+\text{٢ص}+\text{ع}}{\text{٣أ}+\text{٦ب}}$

الحل

مثال ٥ إذا كان $\frac{\text{أ}}{٢} = \frac{\text{ب}}{٣} = \frac{\text{جـ}}{٤} = \frac{\text{٢أ}-\text{ب}+\text{٥جـ}}{\text{٣س}}$

احسب قيمة س الحل

مثال ٧ إذا كان $\frac{\text{س}+\text{ص}}{٧} = \frac{\text{ص}+\text{ع}}{٥} = \frac{\text{س}+\text{ع}}{٨}$

أثبت أن $\frac{\text{س}+\text{ص}+\text{ع}}{\text{س}-\text{ع}} = ٥$

الحل

مثال ٨ إذا كان $\frac{\text{س}+\text{ص}}{٣} = \frac{\text{ص}+\text{ع}}{٥} = \frac{\text{س}+\text{ع}}{٦}$

أثبت أن $\frac{\text{س}+\text{ص}+\text{ع}}{\text{٢س}+\text{٣ص}+\text{٣ع}} = \frac{٧}{١٩}$

الحل

التناسب المتسلسل

إذا كان أ ، ب ، ح في تناسب متسلسل

$$\therefore \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{ح}} = \text{م} \quad \rightarrow \quad \text{أ} = \text{ح م}^2 \quad , \quad \text{ب} = \text{ح م}$$

الوسط المتناسب = $\pm\sqrt{\text{الأول} \times \text{الثالث}}$

مثال ١ أوجد الأول المتناسب للكميات ٤ ، ٨

الحل

أوجد الثالث المتناسب للكميات ٥ ، ١٠

الحل

أوجد الوسط المتناسب للكميات ٢ ، ٨

الحل

أوجد الوسط المتناسب للكميات ٣٢ ، ١٨

الحل

أوجد الأول المتناسب للكميات ٨ ، ١٦

(أو) إذا كانت س ، ٨ ، ١٦ متناسبة

فإن س = ...

إذا كانت ١٢ ، ١٨ ، س متناسبة

فإن س = ...

مثال ١ إذا كان أ ، ب ، ح في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب} + \text{ح}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

الحل

مثال ٢ إذا كان أ ، ب ، ح في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}{\text{ب}^2 + \text{ح}^2} = \frac{\text{أ}}{\text{ح}}$

الحل

مثال ٣ إذا كانت ب وسط متناسب بين أ ، ح

أثبت أن $\frac{\text{أ}}{\text{ح}} = \frac{\text{ب}^2}{\text{ح}^2}$

الحل



مثال (٤) إذا كان ب وسط متناسب بين أ ، حـ

أثبت أن $\frac{أ^3 + ب^3}{ب^3 + حـ^3} = \frac{أ^2}{حـ ب}$

الحل

مثال (٥) إذا كان ب وسط متناسب بين أ ، حـ

أثبت أن $\frac{أ^2}{ب^2} + \frac{ب^2}{حـ^2} = \frac{2أ}{حـ}$

الحل

مثال (٦) إذا كان ب وسط متناسب بين أ ، حـ

أثبت أن $\frac{أ + ب + حـ}{أ^{-1} + ب^{-1} + حـ^{-1}} = ب^2$

الحل

نفرض أن $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = م$ ⟸ $أ = حـ م^2$ ، $ب = حـ م$

الأيمن $= \frac{حـ م^2 + حـ م + حـ}{حـ^{-1} م^{-2} + حـ^{-1} م^{-1} + حـ^{-1}} = \frac{حـ (م^2 + م + 1)}{حـ^{-1} م^{-2} (1 + م + م^2)}$

$= حـ^2 م^2$

الأيسر $= حـ^2 م^2$ ∴ الأيمن = الأيسر #

ملحوظة

إذا كان أ ، ب ، حـ ، د في تناسب متسلسل

نفرض أن $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{د} = م$ ⟸ $أ = د م^3$ ، $ب = د م^2$ ، $حـ = د م$

مثال (١) إذا كان أ ، ب ، حـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{أ - 2ب}{ب - 2حـ} = \frac{3ب + 4حـ}{3حـ + 4د}$

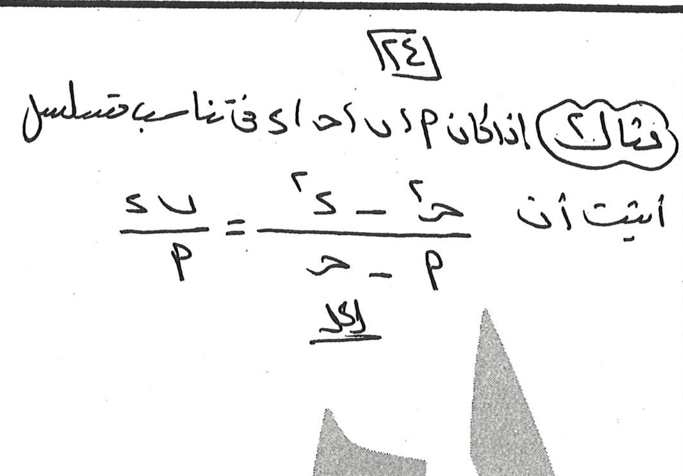
الحل

إذا كانت ٢ ، ٦ ، س + ١٥ متناسبة

فإن س = ...

[١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

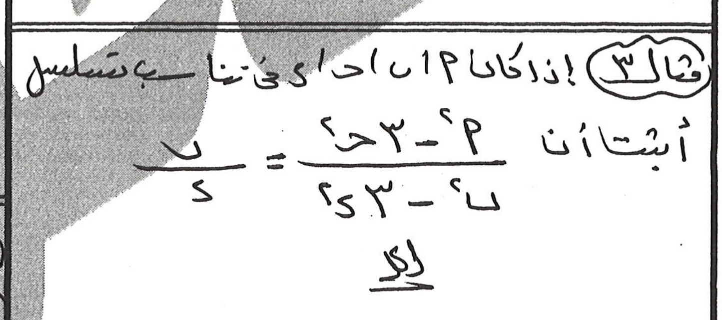




مثال ٢ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{جـ}^2 - \text{د}^2}{\text{أ} - \text{جـ}} = \frac{\text{ب د}}{\text{أ}}$

الحل



مثال ٣ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

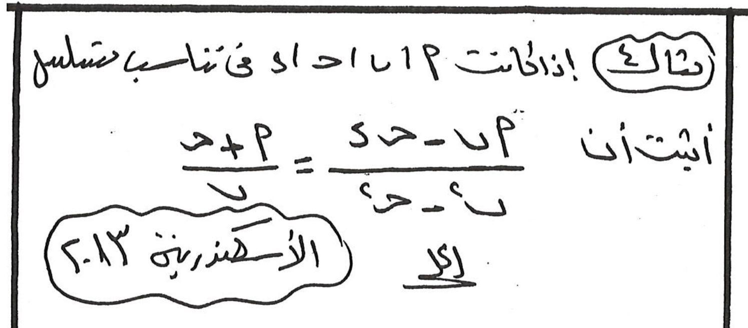
أثبت أن $\frac{\text{أ}^2 - 3\,\text{جـ}^2}{\text{ب}^2 - 3\,\text{د}^2} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$

الحل

إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{أ}^2 + \text{ب}^2 + \text{جـ}^2}{\text{ب}^2 + \text{جـ}^2 + \text{د}^2} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ب د}}$

الدقهلية ٢٠١١



مثال ٤ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{أ ب} - \text{جـ د}}{\text{ب}^2 - \text{جـ}^2} = \frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب}}$

(الإسكندرية ٢٠١٣)

الحل

مثال ٥ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\sqrt[3]{\frac{5\,\text{أ}^3 - 3\,\text{جـ}^3}{5\,\text{ب}^3 - 3\,\text{د}^3}} = \frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب} + \text{د}}$

الحل

الإسكندرية ٢٠١١

مثال ٦ إذا كانت ١ ، س ، ٩ ، ص في تناسب متسلسل أحسب قيمة س ، ص

الحل

مثال ٧ إذا كانت $\frac{م}{٧ - م} = \frac{ح}{ح - ٤}$

أثبت أن م ، ٧ ، ح ، ٤ كميات متناسبة

الحل

مثال ٨ إذا كان $\frac{م^٢ + ب^٢}{ب^٢} = \frac{ب^٢ + ح^٢}{ح^٢}$

أثبت أن ب وسط متناسب بين م ، ح

مثال ٩ إذا كان ص وسط متناسب بين س ، ع

أثبت أن $\frac{س ع}{ص (ص + ع)} = \frac{س}{س + ص}$

الحل

نفرض أنه $\frac{س}{ص} = \frac{ص}{ع} = م$ ⟵ ص = ع م ، س = ع م٢

الأيمن = ______

الأيسر = ______

التغير الطردي والعكسي

أولاً التغير الطردي

عندما تزيد سرعة السيارة س فلابد من زيادة كمية الوقود المحترق ص فعندما يزيد شئ لابد من زيادة شئ آخر في المقابل وهذا يسمى تغير طردي

∴ س ∝ ص | س ∝ ص

س = م ص (م ثابت التغير) | $\frac{س_١}{س_٢} = \frac{ص_١}{ص_٢}$

م = $\frac{س}{ص}$ قسمة

يتم التعبير عن التغير الطردي بيانياً بخط مستقيم يمر بنقطة الأصل

مثال ١ إذا كانت س ∝ ص وكانت ص = ٢ عندما س = ٤٠

أحسب [١] العلاقة بين س ، ص

[٢] قيمة س عندما ص = ٣

الحل

مثال ٢ إذا كانت ص تتغير طردياً مع س وكانت ص = ٢٠ عندما س = ٧

(١) أوجد العلاقة بين س ، ص

(٢) احسب قيمة س عندما ص = ٤٠

الحل

مثال ٣ إذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص = ٢ عندما س = ٤

(١) أوجد العلاقة بين س ، ص

(٢) احسب قيمة ص عندما س = ١٠

الحل

مثال ٤ إذا كانت ص $\propto$ س^{3} وكانت ص = ٦٤ عندما س = ٢

(١) العلاقة بين س ، ص

(٢) قيمة ص عندما س = $\frac{1}{2}$

الحل

مثال ٥ إذا كان أ^{2} − ٤ أ ب + ٤ ب^{2} = ٠

أثبت أن أ $\propto$ ب

الحل

مثال ٦ إذا كان ٤ أ^{2} + ٩ ب^{2} = ١٢ أ ب

أثبت أن أ تتغير طردياً مع ب

الحل

مثال ٧ إذا كان $\frac{أ + ب}{٣} = \frac{٢ب + جـ}{٦}$

أثبت أن جـ $\propto$ أ (بورسعيد ٢٠١٢)

الحل

مثال ٨ إذا كان $\frac{٢١س - ص}{٧س - ع} = \frac{ص}{ع}$

أثبت أن ص $\propto$ ع

الحل

التغير العكسي وهنا يمكننا التخيل

في حالة زيادة سرعة السيارة س فتزداد كمية الوقود المحترقة وتقل سعة الخزان الذي يحتوي على الوقود ص وبالتالي كلما زادت السرعة قل الوقود وهذا التغير العكسي

$\therefore$ س $\propto \frac{1}{ص}$

$\therefore$ س = م $\times \frac{1}{ص}$

م ثابت التغير

م = س × ص

ضرب

س $\propto \frac{1}{ص}$

$\frac{س_1}{س_2} = \frac{ص_2}{ص_1}$

مثال ١ إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س وكانت ص = ٦ عندما س = ٢,٥

١ أوجد العلاقة بين س ، ص

٢ احسب قيمة ص عندما س = ٥

الحل

مثال ٢ إذا كانت ص $\propto \frac{1}{س}$ وكانت ص = ٢ عندما س = ٦ احسب قيمة ص عندما س = ١

الحل

مثال ٣ إذا كانت ص $\propto \frac{1}{س}$ وكانت ص = ٣ عندما س = ٢ أوجد

١ العلاقة بين س ، ص

٢ قيمة ص عندما س = ١,٥

الحل

مثال ٤ إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س وكانت ص = ١٠ عندما س = ٣

١ احسب العلاقة بين س ، ص

٢ أوجد قيمة ص عندما س = ٥

مثال ٥ إذا كانت س²ص² − ٦ س ص + ٩ = ٠

أثبت أن ص $\propto \frac{1}{س}$

الحل



مثال ٦ [٢٨]

إذا كانت $س^٤ ص^٢ - ١٤ س^٢ ص + ٤٩ = ٠$

أثبت أن $ص \propto \frac{١}{س^٢}$

الحل



مثال ٧

من بيانات الجدول التالي

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

[١] بين نوع التغير [٢] أوجد ثابت التناسب

[٣] أوجد قيمة ص عندما س = ٣

الحل

أي من العلاقات يمثل تغير طردي

[أ] س ص = ٧ [ب] ص = س + ٢ [ج] $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{ص}$

[د] $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$

إذا كان $ص - س = \frac{١}{س} - \frac{١}{ص}$ فإن

[أ] $ص \propto س + ١$ [ب] $ص \propto س$ [ج] $ص \propto \frac{١}{س}$ [د] $ص \propto \frac{١}{س^٢}$

مثال ٨

إذا كان ص = أ − ٩ وكانت $ص \propto \frac{١}{س^٢}$

وكانت أ = ١٨ عندما $س = \frac{٢}{٣}$

[١] أوجد العلاقة بين ص ، س

[٢] احسب قيمة ص عندما س = ١

الحل

مثال ٩

إذا كانت س = ع + ٨ وكانت ع تتناسب عكسياً مع ص وكانت ع = ٢ عندما ص = ٣ احسب ص عندما س = ٣

الحل

سؤال ١٠ إذا كانت ص = ٣ + م وكانت م $\propto \frac{1}{س}$

وكانت ص = ٥ عندما س = ١

① العلاقة بين س ، ص

② أحسب قيمة ص عندما س = ٢

الحل

سؤال ١١ إذا كانت ص = م + ٧ وكان م $\propto \frac{1}{س}$

وكان م = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$

① أوجد العلاقة بين س ، ص

② احسب قيمة ص عندما س = ٦

الحل

سؤال ١٢ إذا كان ع ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة يتغير عكسياً بتغير مربع طول نصف قطرها نق وكان ع = ٢٧ سم عندما نق = ١٠,٥ سم

أوجد ع عندما نق = ١٥,٧٥ سم

الحل

سؤال ١٣ تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث يتناسب المسافة المقطوعة طردياً مع الزمن إذا قطعت السيارة ١٥٠ كم في ٦ ساعات فكم كيلومتر تقطعها السيارة في ١٠ ساعات

الحل

سؤال ١٤ إذا كان عدد الساعات ن اللازمة لإنجاز عمل ما يتناسب عكسياً مع عدد العمال س الذين يقومون بهذا العمل إذا أنجز العمل ٦ عمال في ٤ ساعات فما الزمن الذي تستغرقه ٨ عمال لإنجاز هذا العمل

الحل

الأحصاء

مقاييس النزعة المركزية (الوسط ، الوسيط ، المنوال)

[١] الوسط الحسابى ⟸ $\bar{س} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

مثال الوسط الحسابى للقيم ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ١١ ، ٣ هو ....

الوسط الحسابى للقيم ٣ ، ٢ ، ٥ ، ٧ ، ٩ هو ....

الوسط الحسابى للقيم ٢ ، ٣ ، ٣ ، ٧ ، ٦ ، ١ ، ٢ هو ....

[٢] الوسيط (رتب ، شطب ، خذ اللى فى النص)

مثال الوسيط للقيم ٣ ، ٢ ، ٤ ، ١ ، ٠ ، ٢ ، ٧ هو ......

الوسيط للقيم ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٧ ، ٦ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، ٥ هو .....

[٣] المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً

مثال منوال القيم ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٧ هو .....

مثال منوال للقيم ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٣ ، ٥ ، ٥ هو ......

مصادر جمع المعلومات

① أولية (المقابلة الشخصية ، الأنترنت ، الاستطلاع)

② ثانوية (كتب التاريخ ، قاعدة بيانات الموظفين)

أساليب جمع البيانات (أسلوب العينات ، أسلوب الحصر الشامل)

التشتت

[١] المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

مثال المدى للقيم ٢ ، ٣ ، ١ ، ٥ هو ....

المدى للقيم ١ ، ٥ ، ٦ ، ٢ ، ٩ هو ....

[٢] الأنحراف المعيارى σ سيجما

من غير جدول

$$\sigma = \sqrt{\frac{\text{مج}(س - \bar{س})^2}{ن}}$$

س قيم المثال

$\bar{س}$ الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموعهم}}{\text{عددهم}}$

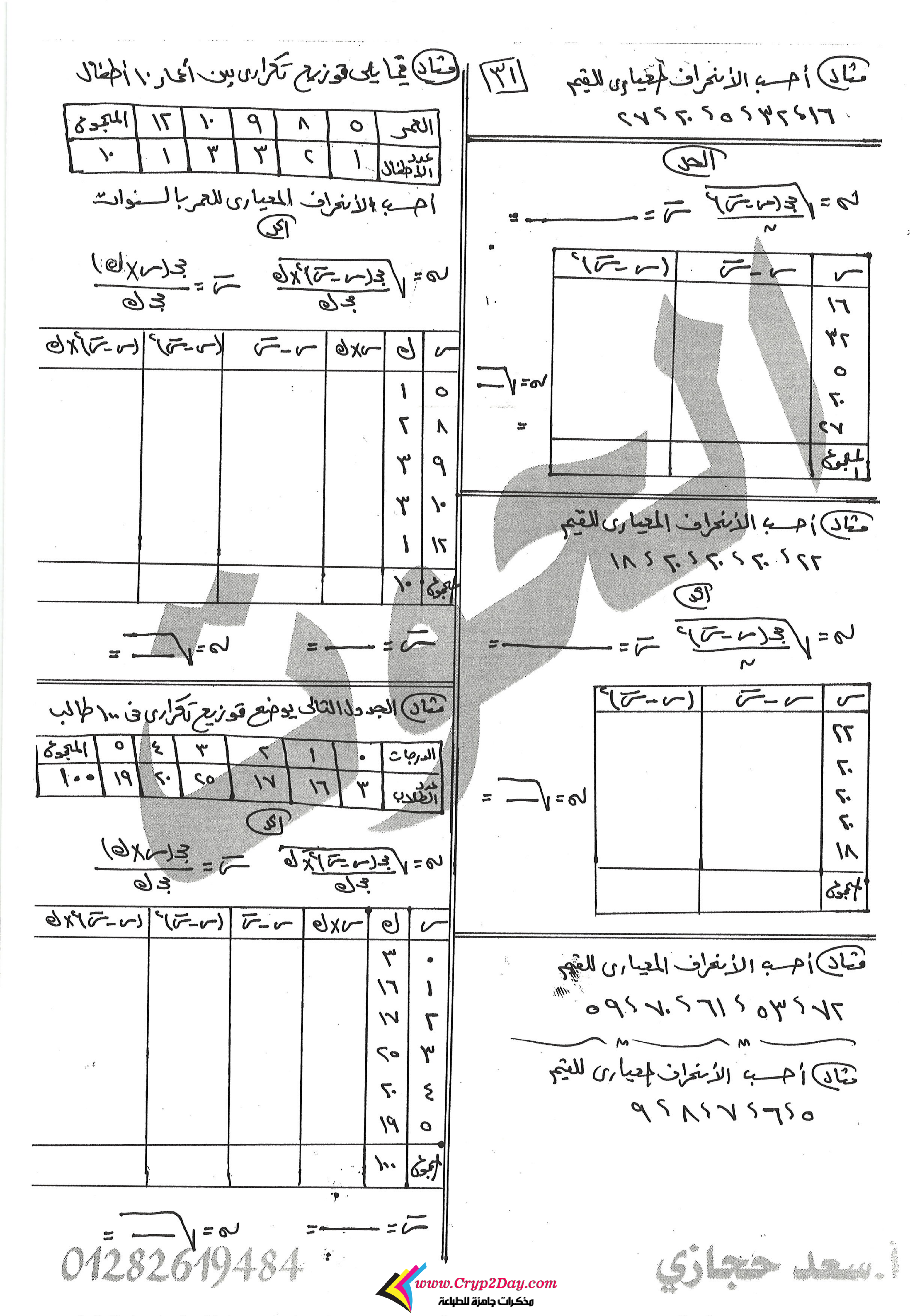
ن عدد القيم المعطاة فى المثال

فى جدول

$$\sigma = \sqrt{\frac{\text{مج}(س - \bar{س})^2 \times ك}{\text{مج ك}}} \qquad \bar{س} = \frac{\text{مج س} \times ك}{\text{مج ك}}$$

س القيم ، ك التكرار ، $\bar{س}$ الوسط الحسابى





مثال احسب الانحراف المعياري للقيم

١٦ ، ٣٢ ، ٥ ، ٢٠ ، ٢٧

الحل

$ع = \sqrt{\frac{مج(س - \bar{س})^2}{ن}}$ $\bar{س} = _____ =$

س	س − س̄	(س − س̄)²
١٦		
٣٢		
٥		
٢٠		
٢٧		
المجموع		

$ع = \sqrt{___} =$

مثال احسب الانحراف المعياري للقيم

٢٢ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ١٨

الحل

$ع = \sqrt{\frac{مج(س - \bar{س})^2}{ن}}$ $\bar{س} = _____ =$

س	س − س̄	(س − س̄)²
٢٢		
٢٠		
٢٠		
٢٠		
١٨		
المجموع		

$ع = \sqrt{___} =$

مثال احسب الانحراف المعياري للقيم

٢ ، ٧ ، ٣ ، ٥ ، ١ ، ٦ ، ٢ ، ٧ ، ١ ، ٩ ، ٥

مثال احسب الانحراف المعياري للقيم

٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

مثال فيما يلي توزيع تكراري بين أعمار ١٠ أطفال

العمر	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

احسب الانحراف المعياري للعمر بالسنوات

الحل

$ع = \sqrt{\frac{مج(س - \bar{س})^2 \times ك}{مج ك}}$ $\bar{س} = \frac{مج(س \times ك)}{مج ك}$

س	ك	س × ك	س − س̄	(س − س̄)²	(س − س̄)² × ك
٥	١				
٨	٢				
٩	٣				
١٠	٣				
١٢	١				
المجموع	١٠				

$ع = \sqrt{___} =$ $\bar{س} = _____ =$

مثال الجدول التالي يوضح توزيع تكراري في ١٠٠ طالب

الدرجات	٠	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
عدد الطلاب	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩	١٠٠

الحل

$ع = \sqrt{\frac{مج(س - \bar{س})^2 \times ك}{مج ك}}$ $\bar{س} = \frac{مج(س \times ك)}{مج ك}$

س	ك	س × ك	س − س̄	(س − س̄)²	(س − س̄)² × ك
٠	٣				
١	١٦				
٢	١٧				
٣	٢٥				
٤	٢٠				
٥	١٩				
المجموع	١٠٠				

$ع = \sqrt{___} =$ $\bar{س} = _____ =$

مثال: التوزيع التكراري الآتي يوضح عدد الأطفال في بعض الأسر

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦	١٠٠

احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري

مثال: التوزيع التكراري الآتي احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري

	٢	٦	١٠	١٤	١٨	
المجموعات	صفر-	٤-	٨-	١٢-	١٦-	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٢	٩	٢٥

الحل

$$ع = \sqrt{\frac{مج(س - \bar{س})^2 \times ك}{مج ك}} \qquad \bar{س} = \frac{مج(س \times ك)}{مج ك}$$

س	ك	س × ك	س - $\bar{س}$	(س - $\bar{س}$)^2	(س - $\bar{س}$)^2 × ك
٢	٣				
٦	٤				
١٠	٧				
١٤	٢				
١٨	٩				
المجموع	٢٥				

$\bar{س}$ = ——— = ، ع = $\sqrt{———}$ =

مثال: التوزيع التكراري الآتي احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري

المجموعات	٥-	٧-	٩-	١١-	١٣-	١٥-	المجموع
التكرار	٣	٦	١٠	١٢	٥	٤	٤٠

س مركز المجموعة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$

---

٣٢ مثال: أكمل

١) من مقاييس التشتت .... ، ....
٢) أبسط مقاييس التشتت ....
٣) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة هو ....
٤) الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي هو ....
٥) إذا كان الانحراف المعياري = صفر فإن ....
٦) لأي مجموعة من القيم إذا تساوت جميع المفردات فإن التشتت = ...
٧) الوسط الحسابي للقيم ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ هو ....
٨) المدى للقيم ٨ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ١٠ ، ٥ ، ١٢ هو ....
٩) الوسط الحسابي = $\frac{......}{......}$
١٠) القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً تسمى ....
١١) من مقاييس النزعة المركزية .... ، ....
١٢) إذا كان مج(س - $\bar{س}$)^2 = ٣٦ وعدد القيم ٩ فإن الانحراف المعياري = ...
١٣) من مصادر جمع البيانات .... ، ....
١٤) من أساليب جمع البيانات .... ، ....

مع أطيب الأمنيات
أ/ سعد حجازي محمد

القياس الستيني للزاوية

له وحدات وهي درجة دقيقة ثانية

١° = ٦٠ دقيقة ١′ = ٦٠ ثانية

مثلاً ٢٢° ٤٠′ ١١″

درجة دقيقة ثانية

مثال ١ حول ما يلي درجة إلى درجة دقيقة ثانية

(١) ١٨,٤٥° = ... ° ..... ′ ..... ″

(٢) ١٢,٣٠° = ... ° ..... ′ ..... ″

(٣) ١٧,١٢٥° = ... ° ..... ′ ..... ″

مثال ٢ حول من درجة ، دقيقة ، ثانية إلى درجة

(١) ٤٨″ ٣٦′ ٢٢° = ...

(٢) ٤٨″ ١٠′ ٤٥° = ...°

(٣) ٣٠″ ٣٧′ ٥٠° = ...°

مثال ٣ إذا كانت النسبة بين زاويتان متكاملتان ٥ : ١١ أوجد القياس الستيني لكل منهما (البحيرة ٢٠١٢)

الحل

مثال ٤ إذا كانت النسبة بين زاويتان متتامتان ٣ : ٥ أوجد القياس الستيني لكل منهما

الحل

مثال ٥ إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا المثلث الداخلة ٣ : ٤ : ٧ أوجد القياس الستيني لكل منها (البحيرة ٢٠١٣)

الحل

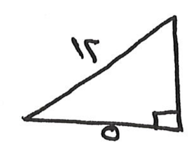
استخدم فيثاغورث لإيجاد الضلع الثالث

(مثلث قائم: ٣ ، ٤ ، س) س = ...

(مثلث قائم: ١٠ ، ٦ ، س) س = ...

(مثلث قائم: ١٣ ، ٥ ، س) س = ...

(مثلث قائم: ٢٥ ، ٢٤ ، س) س = ...



[٢]

النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

جيب الزاوية $=\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ (جا)

جيب تمام الزاوية $=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ (جتا)

ظل الزاوية $=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ (ظا)



مثال ١: أ ب جـ مثلث قائم في أ فيه

أ ب = ٩ سم ، أ جـ = ١٢ سم

[١] أوجد جا ب ، جتا ب ، ظا ب
جا جـ ، جتا جـ ، ظا جـ

[٢] أوجد قيمة جا² ب + جتا² ب

[٣] أوجد ١ + ظا² ب

الحل

مثال ٢: س ص ع مثلث قائم في ص فيه

س ص = ٤ سم ، س ع = ٥ سم

[١] أوجد قيمة ٢ جا س جتا س .

[٢] أثبت أن جا س جتا ع + جتا س جا ع = ١

الحل

مثال ٣: في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه

ق(∠أ) = ٩٠°

(في الشكل: أ ب = ٢٠ سم ، أ جـ = ١٥ سم)

أثبت أن

جتا جـ جتا ب − جا جـ جا ب = ١

(الإسكندرية ٢٠١٣)

الحل

ملحوظات: ظا هـ $=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{\text{جا هـ}}{\text{جتا هـ}}$

ملحوظات: Δ أ ب جـ قائم في ب يكون

جا أ + جتا جـ يساوي ٢ جا أ
٢ جتا جـ

مثال ٤ س ص ع مثلث قائم في ص فيه

س ع = ١٣ سم ، ص ع = ٥ سم

[١] أوجد قيمة جا س جتا ع + جتا س جا ع

[٢] أثبت أن جتا س جتا ع - جا س جا ع = ٠

[٣] قيمة ١ + ظا² س

الحل

مثال ٥ س ص ع مثلث قائم في ع فيه

س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

احسب قيمة [١] ظا س × ظا ص

[٢] جا² س + جا² ص

الحل

مثال ٦ ا ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

إذا كان ا ب : ا حـ = ٣ : ٥

أوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية ا

الحل

مثال ٧ ا ب حـ مثلث قائم الزاوية في حـ

إذا كان ٢ ا ب = $\sqrt{3}$ ا حـ أوجد

النسب المثلثية الأساسية للزاوية حـ

الحل

الإسكندرية ٢٠١٥

مثال ٨ في الشكل المقابل

$\triangle$ ا ب حـ قائم في ب فيه

ظا حـ = $\frac{3}{4}$

أوجد [١] طول ب حـ ، ا حـ

[٢] قيمة جا ا + جتا ا

الحل

ا
٦ سم
ب
حـ

الإسماعيلية ٢٠١٢

مثال ٩ في الشكل المقابل

△ أ ب ج فيه $\overline{أد} \perp \overline{بج}$

أج = ١٧ سم ، دج = ١٥ سم

أب = ١٠ سم

أ ، ١٧ سم ، ١٠ سم ، ج ، د ، ١٥ سم ، ب

أوجد قيمة ٣ طا ج + جا ب

الحل

مثال ١٠ أ ب ج مثلث قائم في ب فيه

جا أ = ٠,٦ أحسب قيمة

جا أ جتا ج + جتا أ جا ج

(الغربية ٢٠١٣)

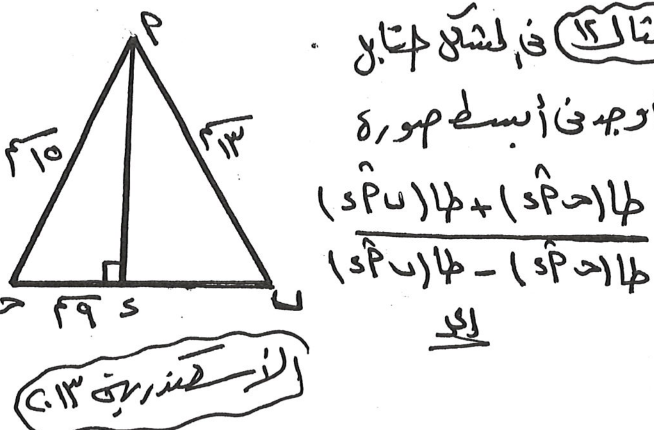
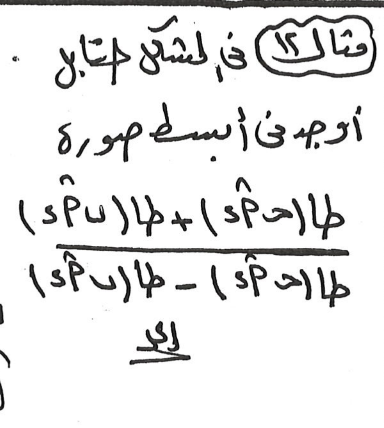
الحل

مثال ١١ أ ب ج مثلث قائم في ب فيه

طا أ = $\frac{٢٤}{٧}$ أحسب قيمة ١ − طا أ طا ج

الحل

مثال ١٢ في الشكل المقابل

أوجد في أبسط صورة

$$\frac{طا(ج\hat{أ}د) + طا(ب\hat{أ}د)}{طا(ج\hat{أ}د) - طا(ب\hat{أ}د)}$$

الحل

(الإسكندرية ٢٠١٣)

مثال ١٣ أ ب ج مثلث فيه أب = أج = ١٠ سم

بج = ١٢ سم ، أد ⊥ بج وتقطعها في د

أثبت أن [١] جا ب + جتا ج = ١,٤

[٢] جا² ج + جتا² ج = ١

الحل

مثال ١٤ أ ب ج مثلث فيه أب = أج = ١٠ سم

بج = ١٢ سم رسم $\overleftrightarrow{أد} \perp \overline{بج}$ ، $\overleftrightarrow{أد} \cap \overline{بج} = \{د\}$

أحسب قيمة [١] جا(ج$\hat{أ}$د) ، جتا(ج$\hat{أ}$د)

أثبت أن [١] جا² ج + جتا² ج = ١

[٢] جا ب + جتا ج > ١

الحل

مثال ١٥ ا ب ج د شبه منحرف متساوي الساقين فيه $\overline{اد} \parallel \overline{بج}$ ، اد = ٤ سم

اب = ٥ سم ، بج = ١٢ سم

أثبت أن $\frac{٥ \text{ طا ب جتا ب}}{\text{جا}^2 \text{ج} + \text{جتا}^2 \text{ج}} = ٣$

الحل

مثال ١٦ ا ب ج د شبه منحرف فيه $\overline{اد} \parallel \overline{بج}$

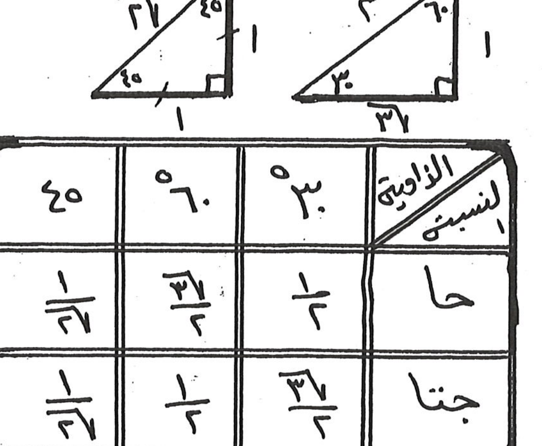
ق(∠ب) = ٩٠° ، اب = ٣ سم ، اد = ٦ سم ، بج = ١٠ سم

أثبت أن جتا(∠دجب) − طا(∠اجب) = $\frac{١}{٢}$

الحل

(الإسكندرية ٢٠١٥)

النسب المثلثية المشهورة
٣٠° ، ٦٠° ، ٤٥°



النسبة \ الزاوية	٣٠°	٦٠°	٤٥	بالآلة الحاسبة
حا	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	Sin
جتا	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	Cos
طا	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	١	Tan

ملحوظة حا ٣٠° = جتا .....°

حا ٦٠° = جتا .....°

مثال ١ بدون استخدام الآلة الحاسبة

أحسب قيمة حا ٦٠° + جتا ٣٠° + طا ٦٠°

الحل

أحسب قيمة (جتا ٣٠° − جتا ٦٠°)(حا ٣٠° + حا ٦٠°)

الحل

أحسب قيمة ٤ جتا ٣٠° طا ٦٠°

الحل

[٦]

(مثال ٢) بدون استخدام الآلة الحاسبة

أثبت أن [١] حا ٦٠ = ٢ حا ٣٠° حتا ٣٠°

الحل

[٢] ٢ طا ٣٠° + ٤ حتا ٦٠° = طا^٢ ٦٠°

الحل

[٣] حتا ٦٠° = ٢ حتا^٢ ٣٠° − ١

الحل

[٤] حتا ٦٠° = حتا^٢ ٣٠° − حا^٢ ٣٠°

الحل

[٥] طا ٦٠° = $\frac{٢ \text{ طا } ٣٠°}{١ - \text{طا}^٢ ٣٠°}$

الحل

[٦] حتا^٢ ٦٠° = ٥ طا^٢ ٣٠° − طا^٢ ٤٥°

الحل

كيف يتم حساب قيمة الزاوية

مثال حا ...° = $\frac{١}{٢}$

SHIFT → sin( )
→ cos( )
→ Tan( )

[١] إذا كانت حا س = $\frac{١}{٢}$ فإن ق(∠س) = -----

[٢] إذا كانت حتا س = $\frac{١}{٢}$ فإن ق(∠س) = ----

[٣] إذا كانت طا س = ١ فإن ق(∠س) = ----

[٤] إذا كانت حتا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ فإن ق(∠س) = ---

[٥] إذا كانت طا (س + ١٠°) = $\sqrt{٣}$ فإن ق(∠س) = ---

[٦] إذا كانت طا ٣س = $\sqrt{٣}$ فإن ق(∠س) = ---

[٧] إذا كانت حتا س = ٠,٥ فإن ق(∠س) = ----

[٨] إذا كانت حا (س + ٥) = $\frac{١}{٢}$ فإن ق(∠س) = ----

[٩] إذا كانت حتا $\frac{س}{٣}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فإن ق(∠س) = ----

[١٠] إذا كانت طا $\frac{٣س}{٢}$ = ١ فإن ق(∠س) = ---

[١١] إذا كانت حا (ص + ٧) = ٠,٥ فإن ق(∠س) = ---

[١٢] حا ٣٠° = حتا هـ فإن ق(∠هـ) = ---°

[١٣] إذا كانت حتا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فإن ق(∠س) = ---

[١٤] ٢ حا ٣٠° حتا ٣٠° = حا ....°

٧

١٥) إذا كانت س ، ص زاويتان متتامتان بحيث س : ص = ١ : ٢ أحسب قيمة حا س + حتا ص = ...

١٦) حا ٦٠° + حتا ٣٠° − ظا ٦٠° = ...

١٧) ظا ٤٥ حا ٩٠° = ...

١٨) أ ب ح مثلث قائم في أ فيه ظا ب = ١ فيكون حا أ حتا ح ظا ح = ...

١٩) أ ب ح مثلث قائم في أ ومتساوي الساقين فيكون ظا ب = ...

٢٠) في Δ أ ب ح قائم في ح يكون حا ب + حتا ب ...... ١ [= ، < ، >]

٢١) أ ب ح مثلث قائم في أ فإن حا م + حتا ح = ... [٢ حا ب ، ٢ حا ح ، ٢ حتا ب ، ٢ حتا أ]

٢٢) إذا كانت ظا س = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ حيث س زاوية حادة فإن ظا ٢س = ...

٢٣) إذا كانت س قياس زاوية حادة وكان حا س = $\frac{1}{2}$ فإن حا ٢س = ...

٢٤) إذا كان حا س = $\frac{1}{2}$ فإن حتا ٢س = ...

٢٥) إذا كان ظا س = ١ فإن حا ٢س = ...

مثال ١) إذا كانت ظا س = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (دمياط ٢٠١٣)

أحسب قيمة حا س ظا $\left(\frac{٣س}{٢}\right)$ + حتا (٢س)

الحل

مثال ٢) بدون استخدام الآلة الحاسبة أحسب قيمة س

١) ظا س = ٤ حا ٣٠° حتا ٦٠°

الحل

٢) حا س = ظا ٦٠° حتا ٣٠° − حتا ٦٠° حا ٣٠°

الحل

٣) ٢ حا س = حا ٣٠° حتا ٦٠° + حتا ٣٠° حا ٦٠°

الحل

٤) ٢ ظا س = ظا^2 ٦٠° − ٢ حا ٣٠°

الحل



٥) $\sqrt{2}$ حا س = حا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا ٣٠° حا ٦٠°

الحل

مثال ٣: أوجد قيمة س التي تحقق

س حا ٣٠° جتا ٤٥° = حا ٦٠°

(الإسكندرية ٢٠١٥)

الحل

مثال ٤: في الشكل المقابل

أ ب جـ د مستطيل

أحسب (١) ق(∠ أ جـ ب)

(٢) مساحة المستطيل أ ب جـ د

(الحوامدية ٢٠١٣)

الحل

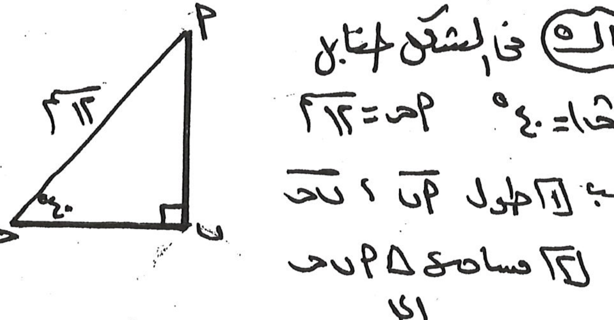
مثال ٥: في الشكل المقابل

ق(∠ جـ) = ٤٠° أجـ = ١٢ سم

أحسب (١) طول $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$

(٢) مساحة △ أ ب جـ

الحل



مثال ٦: في الشكل المقابل

أ ب جـ د شبه منحرف

أب = أد = د جـ

(١) أحسب ق(∠ ب)

ق(∠ أ)

(٢) مساحة ⏢ أ ب جـ د

مثال ٧: سلم أ ب طوله ٦ م يستند طرفه العلوي أ على حائط رأسي وطرفه ب على أرض أفقية إذا كانت جـ هي مسقط أ على الأرض وكان قياس زاوية ميل السلم على الأرض ٦٠° أحسب طول $\overline{ب جـ}$

مثال ٨: بسبب الريح كسر الجزء العلوي لشجرة فصنع مع الأرض زاوية ٦٠° إذا كانت نقطة تلاقي قمة الشجرة تبعد عن قاعدة الشجرة ٤ م أحسب طول الشجرة لأقرب متر. (الفيوم ٢٠١٤)

مثال ٩: أ ب جـ مثلث متساوي الساقين فيه

أب = أجـ = ١٢,٦ سم ، ق(∠ أ) = ٤٢َ ٨٤°

أحسب لأقرب رقم عشري واحد طول ب جـ

البعد بين نقطتين

بفرض أن لدينا نقطتين $P(س_1 ، ص_1)$ ، $ب(س_2 ، ص_2)$

$$P ب = \sqrt{(س_1 - س_2)^2 + (ص_1 - ص_2)^2}$$

البعد بين نقطتين = $\sqrt{\text{مربع فرق السينات + مربع فرق الصادات}}$

مثال ١ إذا كانت $P(١ ، ٢)$ ، $ب(٤ ، ٦)$

أوجد $P ب$ = ...

مثال ٢ إذا كانت $P(٢ ، -١)$ ، $ب(٥ ، -٥)$

احسب $P ب$ = ...

مثال ٣ إذا كانت $P(-٢ ، ٧)$ ، $ب(١٣ ، -٥)$

احسب $P ب$ = ...

مثال ٤ في المربع $P ب ح ء$ إذا كان $P(٣ ، ٥)$ ، $ب(٤ ، ٢)$

فإن مساحة المربع = ... وحدة مساحة

مثال ٥ في المعين $P ب ح ء$ إذا كان $P(-١ ، ٧)$ ، $ب(-٣ ، ١)$

فإن محيط المعين = ... وحدة طول

مثال ٦ طول نصف قطر الدائرة التي مركزها م $(٧ ، ٤)$

و P نقطة تقع عليها $P(٣ ، ١)$ يساوي ....

التطبيقات

مثال ١ أثبت أن $\triangle P ب ح$ متساوي الساقين

حيث $P(٣ ، ٣)$ ، $ب(٥ ، ٩)$ ، $ح(-١ ، ٧)$

الحل

مثال ٢ أثبت أن $\triangle P ب ح$ متساوي الأضلاع

حيث $P(٦ ، ٠)$ ، $ب(٣ ، ٠)$ ، $ح(٤ ، ٣\sqrt{٢})$

الحل

مثال ٣ أثبت أن النقاط $P(-٢ ، ٧)$ ، $ب(-٣ ، ٤)$

$ح(١ ، ١٦)$ تقع على استقامة واحدة

الحل

٢

مثال ٤ أثبت أن النقاط أ(٤، ٣) ب(١، ١) ج(-٥، -٣) تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٥ أثبت أن النقاط أ(٣، ٢) ب(-٤، ١) ج(٢، -١) هي رؤوس مثلث قائم في ج ثم أوجد مساحته

الحل

مثال ٦ أثبت أن المثلث الذي رؤوسه أ(٥، -٥) ب(-١، ٧) ج(١٥، ١٥) قائم الزاوية في ب ثم أوجد مساحته

الحل

مثال ٧ أثبت أن النقاط أ(٣، -٢) ب(-٥، ٠) ج(٠، -٧) د(٨، -٩) هي رؤوس متوازي أضلاع

الحل

أب = $\sqrt{(\ -\ )^2+(\ -\ )^2}$ = وحدة طول

ب ج = $\sqrt{(\ -\ )^2+(\ -\ )^2}$ = وحدة طول

ج د = $\sqrt{(\ -\ )^2+(\ -\ )^2}$ = وحدة طول

د أ = $\sqrt{(\ -\ )^2+(\ -\ )^2}$ = وحدة طول

∵ أب = ج د ، ب ج = د أ ∴ الشكل متوازي أضلاع

ملحوظة البعد بين نقطة الأصل وأي نقطة (س، ص) هو $\sqrt{س^2+ص^2}$

مثال البعد بين النقطة (٦، ٨) ونقطة الأصل هو ---

البعد بين النقطة (٣، ٤) ونقطة الأصل هو ---

مثال ٨ أثبت أن النقاط أ(-١، ١) ب(٠، ٥) ح(٥، ٦) د(٤، ٢) هي رؤوس متوازي أضلاع

الحل

مثال ٩ أثبت أن النقاط أ(-١، ٣) ب(٥، ١) ح(٦، ٤) د(٠، ٦) هي رؤوس مستطيل وأوجد مساحته

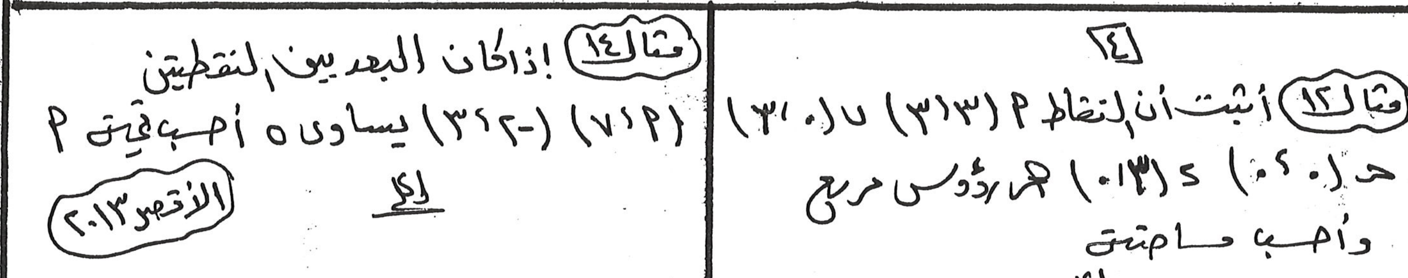
الحل

مثال ١٠ أثبت أن النقاط أ(٠، ١) ب(٤، ٥) ح(١، ٨) د(-٣، ٤) هي رؤوس مستطيل وأوجد مساحته

الحل

مثال ١١ أثبت أن النقاط أ(-١، ٤) ب(١، ١) ح(-١، -٢) د(-٣، ١) هي رؤوس معين وأوجد مساحته

الحل



مثال ١٢ أثبت أن النقاط أ(٣، ٣) ب(٠، ٣) ج(٠، ٠) د(٣، ٠) هي رؤوس مربع وأحسب مساحته

الحل

مثال ١٣ أثبت أن النقاط أ(-٦، ٢) ب(٠، ٨) ج(-٨، ٤) تقع على الدائرة التي مركزها م(-٤، ٦) ثم أوجد مساحتها

(الأسكندرية ٢٠١٥)

الحل

مثال ١٤ إذا كان البعد بين النقطتين (أ، ٧) (-٢، ٣) يساوي ٥ أوجد قيمة أ

(الأقصر ٢٠١٣)

الحل

مثال ١٥ إذا كانت أ(٢، س) ب(٣، -١) وكانت أب = $\sqrt{17}$ وحدة طول أوجد قيمة س

(الدقهلية ٢٠١٣)

الحل

مثال ١٦ إذا كانت أ(س، ٣) ب(٣، ٢) ج(١، ٥) وكانت أب = ب ج أوجد قيمة س

(بورسعيد ٢٠١٤)

الحل

أكمل

١) البعد بين النقطة (-٣، ٤) ونقطة الأصل يساوي ....

٢) البعد بين (-٥، ٠) ، (٠، ١٢) هو ....

٣) البعد بين (٥، ٠) ، (٦، ٠) هو ....

٤) طول نصف قطر الدائرة التي مركزها (٧، ٤) وتمر بالنقطة (٣، ١) يساوي ....

٥) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ أي من النقاط الآتية تنتمي إلى الدائرة ....
[(١، ٢) ، (-٢، ١) ، ($\sqrt{3}$، ١) ، ($\sqrt{2}$، ١)]

٦) بعد النقطة (٣، -٥) عن محور السينات ....

٧) بعد النقطة (-٣، ٢) عن محور الصادات ....

٨) البعد العمودي بين المستقيمين ص - ٣ = ٠ ، ص + ٢ = ٠ يساوي .... وحدة طول

إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة

إذا كان لدينا نقطتين أ(س١، ص١) ، ب(س٢، ص٢) فإن جـ نقطة تقع منتصف أب

$$\text{إحداثي جـ} = \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$$

أ(س١، ص١) ——— جـ ——— ب(س٢، ص٢)

مثال ١ إذا كانت أ(١، ٥) ، ب(٣، ١) وكانت م منتصف أب فإن إحداثي م = (...، ...)

$$م = \left(\frac{\quad + \quad}{2} ، \frac{\quad + \quad}{2} \right)$$

مثال ٢ إذا كانت أ(٣، -٣) ، ب(-١، -٤) وكانت م منتصف أب فإن إحداثي م = (...، ...)

$$م = \left(\frac{\quad + \quad}{2} ، \frac{\quad + \quad}{2} \right)$$

مثال ٣ إذا كانت جـ هي منتصف أب أوجد قيمة س ، ص حيث
أ(٣، ٥) ، ب(-٣، -٣) ، جـ(س، ص)

الحل

مثال ٤ إذا كانت أب قطر في الدائرة م حيث
أ(٤، -١) ، ب(-٢، ٧) أوجد إحداثي م ومن ثم أوجد محيط الدائرة

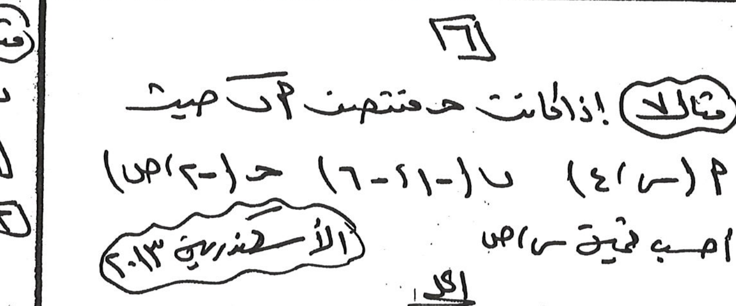
الحل

مثال ٥ إذا كانت جـ(١٠، -٤) هي منتصف أب حيث أ(٤، -٢) أوجد إحداثي ب

الحل

أ(٤، -٢) ——— جـ(١٠، -٤) ——— ب(س، ص)

مثال ٦ أب قطر في الدائرة م حيث أ(٤، ١) ، ب(-٦، ٣)
أوجد إحداثي م = (...، ...)



مثال ٧ إذا كانت حـ منتصف أب حيث
أ (س، ٤) ب (-١، -٦) حـ (-٢، ص)
احسب قيمتي س، ص
(الأسكندرية ٢٠١٣)

الحل

مثال ٨ إذا كانت حـ (٦، -٤) هي منتصف أب
حيث أ (٥، -٣) أوجد إحداثي ب

الحل

مثال ٩ أثبت أن الشكل أ ب حـ ء متوازي أضلاع
حيث أ (٤، ٣) ب (٠، ٢) حـ (-٢، -٣)
ء (٢، -٢)

الحل

مثال ١٠ أب قطر في دائرة مركزها م إذا كانت
ب (-٢، ٧) م (١، ٣)
١) أوجد إحداثي أ
٢) محيط الدائرة
(أسيوط ٢٠١٤)

الحل

مثال ١١ إذا كانت النقاط
أ (٥، ٣) ب (٦، -٢) حـ (١، -١) ء (٠، ٤)
هي رؤوس معين أوجد
١) نقطة تقاطع القطرين
٢) مساحة المعين
(السويس ٢٠١٤)

الحل

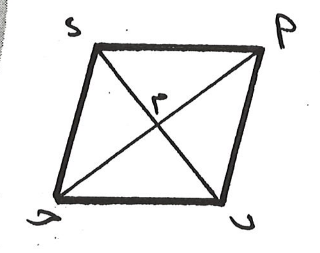
مثال ١٢ إذا كانت أ ب جـ د هي رؤوس متوازي أضلاع حيث أ(٣، -٢) ب(-٥، ٠) جـ(٠، -٧) أوجد إحداثي نقطة د

الحل

أ د م جـ ب

مثال ١٣ أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه أ(٣، ٤) ب(٢، -١) جـ(-٤، -٣) أوجد إحداثي نقطة د (الإسكندرية ٢٠١٣)

الحل



مثال ١٤ أثبت أن النقاط أ(٦، ٠) ب(٢، -٤) جـ(-٤، ٢) هي رؤوس مثلث قائم في ب ثم أوجد إحداثي نقطة د التي تجعل الشكل مستطيل

الحل (كفر الشيخ ٢٠١٤ ، أسيوط ٢٠١١)

مثال ١٥ إذا كانت أ(١، -٦) ب(٩، ٢) أوجد إحداثي النقاط التي تقسم $\overline{أب}$ إلى أربعة أجزاء متساوية في الطول

الحل

ب هـ جـ د أ

جـ منتصف أب = $\left(\frac{\quad + \quad}{٢} ، \frac{\quad + \quad}{٢} \right) =$

د منتصف أجـ = $\left(\frac{\quad + \quad}{٢} ، \frac{\quad + \quad}{٢} \right) =$

هـ منتصف بجـ = $\left(\frac{\quad + \quad}{٢} ، \frac{\quad + \quad}{٢} \right) =$

مثال (١٦) [٨]

أثبت أن النقط أ(-٣، ١٠)، ب(٣، ٤)، جـ(١، -٦)

هي رؤوس مثلث متساوي الساقين رأسه أ

ثم أوجد طول العمود المرسوم من أ على $\overline{\text{ب جـ}}$

الحل

(الأزهر دور ثاني ٢٠١٢)

مثال (١٧) في الشكل المقابل

جـ (٣، ٤) منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

و أ = ... وحدة طول

و ب = ... وحدة طول

الحل

ميل الخط المستقيم

[١] الخط المستقيم المار بالنقطتين أ(س١، ص١)، ب(س٢، ص٢)

الميل = (ص١ − ص٢) / (س١ − س٢) = فرق الصادات / فرق السينات

مثال أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢، ٥)، (٣، -١)

الميل = ―――― =

* أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣، -٥)، (-٢، ١)

الميل = ―――― =

[٢] الخط المستقيم الذي يصنع زاوية هـ° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

الميل = ظا هـ

مثال أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية

[١] هـ = ٤٥° الميل =

[٢] هـ = ١٣٥° الميل =

[٣] هـ = ٣٠° الميل =

[٤] هـ = ٦٠° الميل =

العلاقة بين ميلي مستقيمين

[١] المستقيمان متوازيان

∴ م١ = م٢ الشرط

[٢] المستقيمان متعامدان

∴ م١ × م٢ = -١ الشرط

الميل:
- موجب ← يصنع زاوية حادة
- سالب ← يصنع زاوية منفرجة
- صفر ← يصنع زاوية صفرية
- غير معرف ← يصنع زاوية قائمة

مثال ١ أثبت أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (-١ ، -٦) يوازي المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية ١٣٥°

الحل

مثال ٢ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٥) ، (-٢ ، -١) يوازي المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٩) ، (٠ ، -١)

الحل

مثال ٣ أثبت أن النقاط أ(٤ ، ٣) ، ب(١ ، ١) ، جـ(-٥ ، -٣) تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٤ أثبت أن النقاط أ(-٢ ، ٧) ، ب(-٣ ، ٤) ، جـ(١ ، ١٦) تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٥ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٤) ، (٣ ، ٧) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ١) ، (٤ ، -٣)

الحل

مثال ٦ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٧ ، -١) ، (٥ ، -٣) عمودي على المستقيم الذي يصنع زاوية ١٣٥°

الحل

مثال ٧ أوجد ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، -٣) ، (٣ ، ٥)

الحل

مثال ٨ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٣√٣) ، (٥ ، ٢√٣) عمودي على المستقيم الذي يصنع زاوية ٣٠°

الحل

١٠

مثال ٩ إذا كانت النقاط أ (٠، ٢١) ب (س، ٣) ح (٢، ٥) تقع على استقامة واحدة
أحسب قيمة س

الحل

مثال ١٠ أثبت أن المثلث الذي رؤوسه أ (-١، -١) ب (٢، ٣) ح (٦، ٠) رؤوس مثلث قائم في ب باستخدام الميل

الحل

مثال ١١ إذا كان مستقيم ل يمر بالنقطتين (٣، ٢) (٢، ك) ومستقيم ل٢ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°
أوجد قيمة ك في الحالات الآتية
[١] المستقيمان متوازيان [٢] المستقيمان متعامدان

الحل

مثال ١٢ باستخدام الميل أثبت أن النقاط أ (-١، ١) ب (٠، ٥) ح (٤، ٢) د (٥، ٦) هم رؤوس متوازي أضلاع

الحل

مثال ١٣ باستخدام الميل أثبت أن النقاط أ (-١، ٣) ب (٥، ١) ح (٦، ٤) د (٠، ٦) هم رؤوس مستطيل

الحل

مثال ١٤ أثبت أن النقاط أ (٤، ٣) ب (٧، ٠) ح (١، -٢) د (١، ٢) هم رؤوس شبه منحرف

الحل

سؤال ١٥ إذا كان المثلث الذي رؤوسه أ(٣،-١) ب(س،٣) جـ(٥،٣) هو قائم في أ أحسب قيمة س

الحل

سؤال ١٦ في الشكل المقابل

أ ب جـ د شبه منحرف

$\overline{أب}$ // $\overline{جـ د}$

أ(٩،-٢) ب(٣،٢)

جـ(س،-س)

د(٤،-٣) أحسب إحداثي جـ

الحل

(الأسكندرية ٢٠١٤)

سؤال ١٧ أكمل

١) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢،٣)(٥،-٢) هو ------

٢) ميل المستقيم الذي يصنع زاوية ١٣٥° هو ------

٣) ميل المستقيم الموازي لمحور السينات = ------

٤) ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات = ------

٥) المستقيم الذي ميله = ١ يصنع زاوية = ...°

٦) المستقيم الذي ميله = -١ يصنع زاوية = ...°

٧) المستقيم الذي ميله = $\sqrt{٣}$ يصنع زاوية = ...°

٨) المستقيم الذي ميله = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ يصنع زاوية = ...°

٩) ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (٣،-٢) ، (٤،١) هو ....

١٠) إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٥}{٢}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ ----

١١) إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{-٣}{٤}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = ------

١٢) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ يوازي محور السينات حيث أ(٨،٣) ، ب(٢،ك) فإن ك = ----

١٣) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ يوازي محور الصادات حيث أ(م،٤) ب(-٥،٧) فإن م = ------

١٤) إذا كان ميل المستقيم أب = $\frac{٢}{٥}$ وكان أب يوازي جـ د فإن ميل جـ د = ----

١٥) إذا كان ميل أب = -٣ وكان أب ⊥ جـ د فإن ميل جـ د = ----

١٦) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٢}$ متعامدان فإن ك = ----

١٧) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{٧}{٢}$ ، $\frac{ك}{٧}$ متعامدان فإن ك = ----

١٨) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{ك}{١٠}$ متوازيان فإن ك = ----

[١٢]

إيجاد الميل بمعلومية معادلة خط مستقيم

الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم

أ س + ب ص + جـ = صفر

الميل = $\frac{-أ}{ب}$ = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

حالة خاصة لو معادلة ص = م س + جـ

الميل = م معامل س

مثال ١ أكمل

١) ميل المستقيم ٢س - ٣ص + ٥ = ٠ هو ......

٢) ميل المستقيم س - ص = ١ هو ....

٣) ميل المستقيم ٢ص - ٥س + ٣ = ٠ هو .....

٤) ميل المستقيم أ س + ب ص + جـ = ٠ هو ....

٥) ميل المستقيم ص = ٢س + ٣ هو ....

٦) ميل المستقيم ٢ص = ٦س - ٧ هو .....

٧) ميل المستقيم العمودي على المستقيم ٢س - ٣ص = ٥ هو ......

٨) ميل المستقيم الموازي للمستقيم ٢س - ٣ص - ٥ = ٠ هو .....

٩) المستقيم الذي معادلته ٢س - ٣ص - ٦ = ٠ يقطع من محور السينات جزءاً طوله ......

١٠) المستقيم ٢س + ٥ص - ١٠ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله ......

مثال ١ أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

١) ٢س - ٣ص - ٦ = ٠

٢) ٢س + ٥ص - ١٠ = ٠

٣) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$ (قنا ٢٠١٤ - المنيا ٢٠١٣)

مثال ٢ أثبت أن المستقيم الذي معادلته س - ٢ص + ٨ = ٠ يوازي المستقيم المار بالنقطتين أ(٢، ٣) ب(-٢، ١)

الحل

مثال ٣ إذا كان المستقيم الذي معادلته أ س + ٢ص - ٣ = ٠ يوازي المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٢، ٣)، (١، ٥) أوجد قيمة أ

الحل

١٣

تكوين معادلة الخط المستقيم

يتم حل هذا المثال بكتابة الصورة العامة

ص = م س + جـ

م: الميل

جـ: طول الجزء المقطوع من محور الصادات

مثال ١: كون معادلة الخط المستقيم

[١] الذي ميله = ٢ ويقطع من محور الصادات جزء موجب طوله ٧ وحدات طولية

[٢] الذي ميله = ٥ ويقطع من محور الصادات جزء سالب طوله ٤ وحدات طولية

[٣] الذي ميله = -٢ ويمر بنقطة الأصل

[٤] الذي ميله = $\frac{1}{2}$ ويمر بالنقطة (٠، -٣)

الحل

[٥] يمر بنقطة الأصل ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور الصادات زاوية قياسها ١٣٥°

الحل

مثال ٢: أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يقطع من محور الصادات جزء سالب ٣ وحدات طولية ويوازي المستقيم ٢س - ٣ص = ٦ (البحيرة ٢٠١١)

الحل

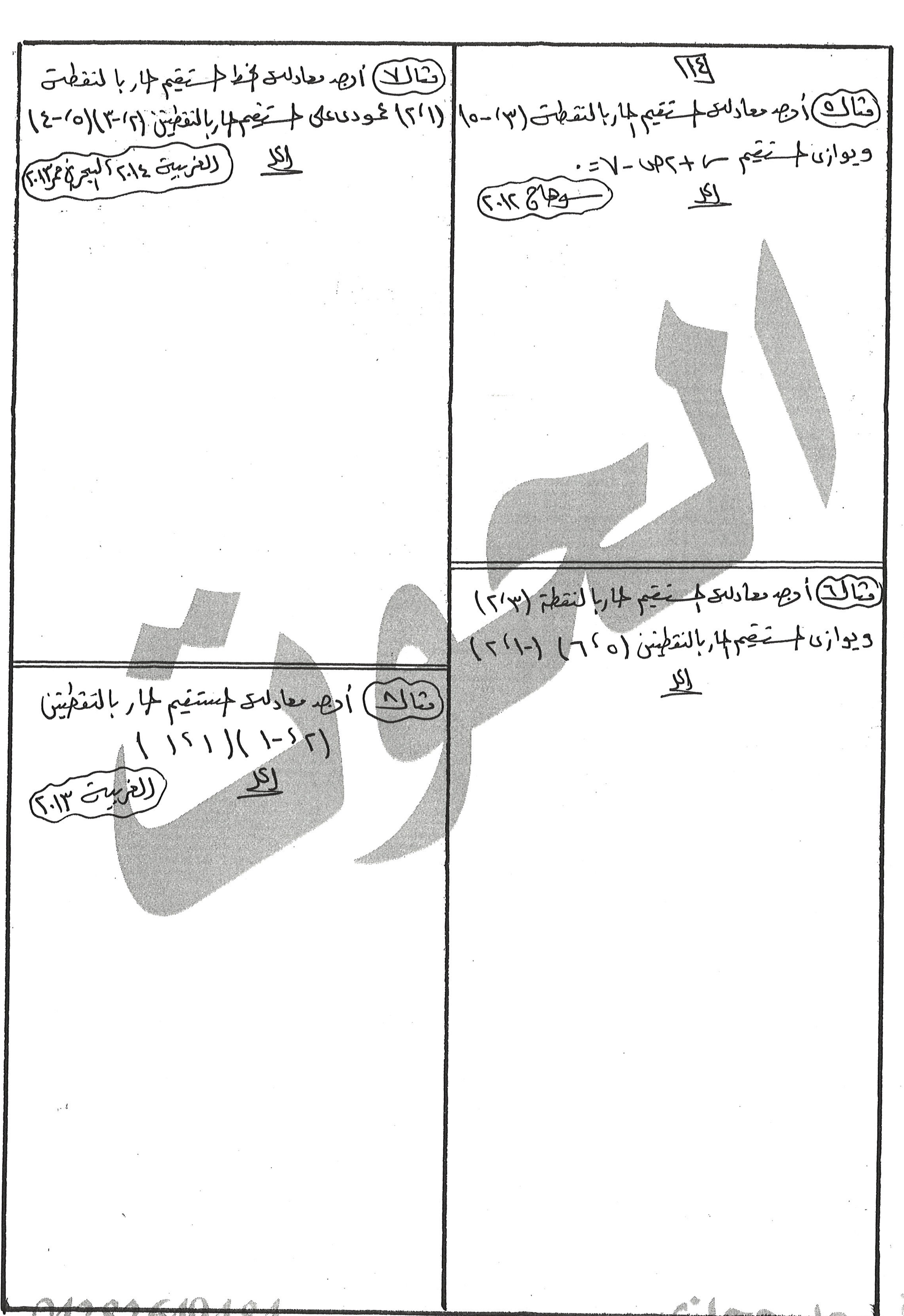
مثال ٣: أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٢، -١) وميله = ٢ (الفيوم ٢٠١١)

الحل

مثال ٤: أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (-٢، ٣) عمودي على المستقيم ص = $\frac{1}{3}$ س - ٥ (الدقهلية ٢٠١٣)

الحل





مثال ٥ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، -١٠) ويوازي المستقيم س + ٢ص - ٧ = ٠

الحل

(سوهاج ٢٠١٢)

مثال ٦ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٢) ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٦) (-١ ، ٢)

الحل

مثال ٧ أوجد معادلة خط المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، -٣) (٥ ، -٤)

الحل

(الغربية ٢٠١٤ البحيرة ٢٠١٣)

مثال ٨ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، -١) (١ ، ١)

الحل

(الغربية ٢٠١٣)

مثال ٩ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) وأثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

(الدقهلية ٢٠١٢)

مثال ١٠ أوجد معادلة الخط المستقيم العمودي على $\overline{أب}$ من منتصفه أ(-٣ ، ٦) ، ب(٢ ، ١)

الحل

مثال ١١ أوجد معادلة محور تماثل $\overline{س ص}$ حيث س(٣ ، -٢) ، ص(-٥ ، ٦)

الحل

(بورسعيد ٢٠١٤ ، الدقهلية ٢٠١٢)

مثال ١٢ إذا كانت أ(٥ ، -٦) ، ب(٣ ، ٧) ، حـ(١ ، -٣) أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة أ ومنتصف $\overline{ب حـ}$

(الإسكندرية ٢٠١٣)

الحل

مثال ١٣ أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محوري الإحداثيات السيني والصادي جزئين موجبين طولاهما ٤ ، ٩ على الترتيب

(أسيوط ٢٠١٢)

الحل

مثال ١٤ أ ب ج مثلث فيه أ(١، ٢) ، ب(٥، -٢) ، ج(٣، ٤) ، د منتصف أب ، رسم ده ∥ ب ج ويقطع أج في هـ أوجد

١) طول ده

٢) معادلة ده

(الإسكندرية ٢٠١١ ، ٢٠١٥)

الحل

مثال ١٥ الجدول المقابل يمثل علاقة خطية

س	١	٢	٣
ص	١	٣	أ

١) أوجد معادلة الخط المستقيم

٢) طول الجزء المقطوع من محور الصادات

٣) قيمة أ

(الإسكندرية ٢٠١٥ ، القليوبية ٢٠١٣)

الحل

مثال ١٦ إذا كانت معادلتا المستقيمين ل١ ، ل٢ هما على الترتيب

٢س − ٣ص + أ = ٠ ، ٣س + ب ص − ٦ = ٠

١) أوجد قيمة ب إذا كان المستقيمان متوازيان

٢) أوجد قيمة ب إذا كان المستقيمان متعامدان

٣) إذا كانت النقطة (١، ٣) تقع على الخط ل١ أحسب أ

(الإسكندرية ٢٠١٤)

مثال ١٧ الشكل المقابل يوضح حركة جسم بسرعة منتظمة ع ومسافة ف بالمتر والزمن (ن) بالثانية أوجد

١) المسافة عند بدء الحركة

٢) سرعة الجسم

٣) معادلة الخط المستقيم

٤) الزمن الذي يقطع فيه الجسم مسافة ٥م منذ بدء الحركة

سؤال ٢٠ أكمل

١) ميل المستقيم ٣س - ٤ص - ١٥ = ٠ هو ......
وميل العمودي عليه هو ......

٢) المستقيم الذي معادلته ٢س + ٣ص - ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءًا طوله .....

٣) معادلة محور السينات هي ......

٤) معادلة محور الصادات هي ......

٥) معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ٥) ويوازي محور السينات ......

٦) معادلة المستقيم المار بالنقطة (٧، -٣) ويوازي محور الصادات ......

٧) معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، -٥) وميله يساوي صفر ......

٨) إذا كان المستقيمان ٢س + ب ص + ١١ = ٠ ، ٣س - ص + ٢ = ٠ متوازيان فإن ب = ...

٩) إذا كان المستقيمان ٣س - ك ص = ٣ ، ص + ٣س + ٢ = ٠ متعامدان فإن ك = ...

١٠) المستقيم الذي معادلته ٣س - ٣ص + ٥ = ٠ يصنع زاوية موجبة قياسها ....

١١) المستقيم ٢س - ٣ص - ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزء طوله .....

١٢) المستقيم ٢س + ٥ص - ١٠ = ٠ يقطع من محور السينات جزء طوله ....

١٣) إذا كان المستقيمان ٣س - ٤ص - ٣ = ٠ ، ك ص + ٤س - ٨ = ٠ متعامدان فإن ك = ...

١٤) مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات ٣س - ٤ص = ١٢ ، س = صفر ، ص = صفر تساوي ...... وحدة مساحة

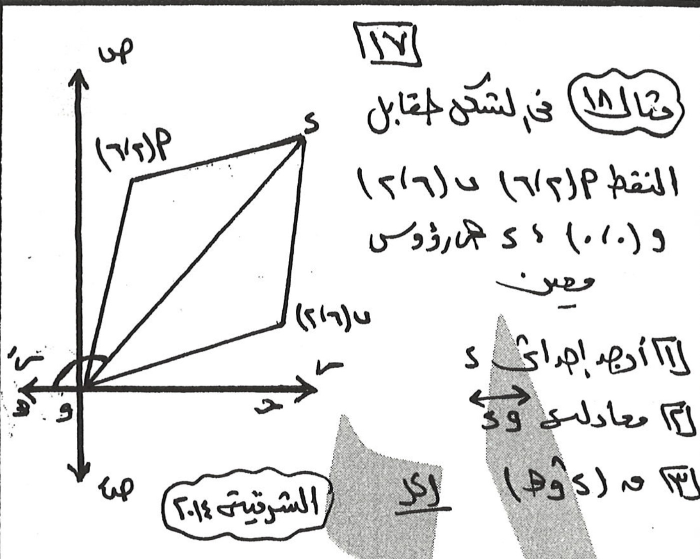
١٧

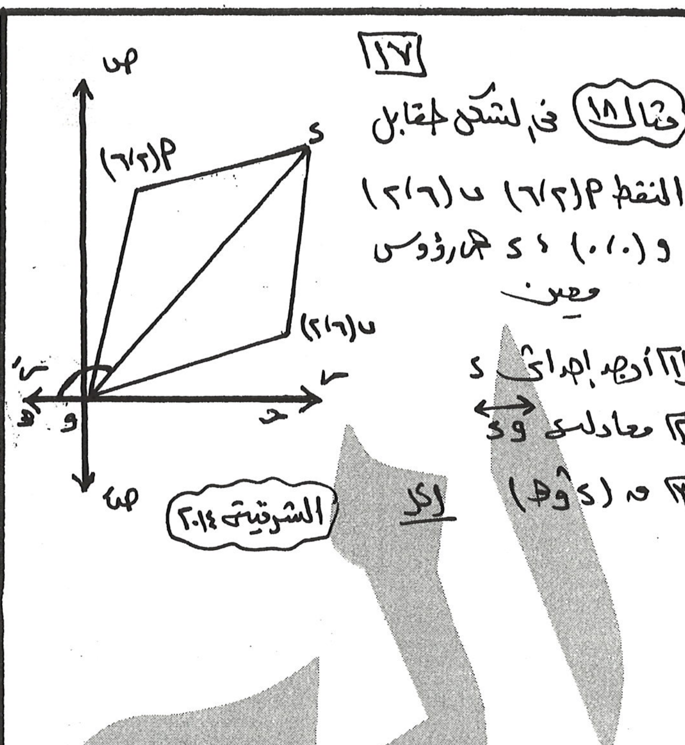
سؤال ١٨ في الشكل المقابل

النقط أ(٣، ٦) ، ب(٦، ٢) و و(٠، ٠) ، د هي رؤوس معين.

١) أوجد إحداثي د
٢) معادلة $\overleftrightarrow{وء}$
٣) ق(∠ د و هـ)

الشرقية ٢٠١٤





سؤال ١٩ في الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{أب}$ يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ٨) ويقطع محور السينات في النقطة ب
ظا(∠ أ ب و) = $\frac{4}{3}$

أوجد
١) ق(∠ ب أ و)
٢) إحداثي ب
٣) ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$
٤) معادلة المستقيم المار بالنقطة و عمودي على $\overleftrightarrow{أب}$

الشرقية ٢٠١٣

جمهورية مصر العربية محافظة الإسكندرية مديرية التربية والتعليم	امتحان « نصف العام » لشهادة إتمام مرحلة التعليم الأساسى (العام) للعام الدراسى (١٤٣٤ هـ - ٢٠١٣م)	المادة : الهندسة و حساب المثلثات الزمن : ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة :

١) ظا ٤٥° = ... (أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{٢}$

٢) طول القطعة المستقيمة المرسومة بين النقطتين (٠ ، ٠) ، (٥ ، ١٢) يساوى ....

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٣

٣) إذا كان جا س = $\frac{١}{٢}$ ، س زاوية حادة فإن جا٢س= ....

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

٤) ميل المستقيم الذى معادلته ٢س-٣ص+٥=٠ يساوى ....

(أ) $\frac{-٣}{٢}$ (ب) $\frac{-٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

٥) معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ١ و يمر بنقطة الأصل هى ....

(أ) س=١ (ب) ص=١ (جـ) ص = س (د) ص = - س

٦) المستقيم الذى معادلته ٢س-٣ص-٦ =٠ يقطع من محور الصادات جزءا طوله ....

(أ) -٦ (ب) -٢ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٢

السؤال الثانى :

أ) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث فيه ق(∠ أ) = ٩٠° ، أ جـ = ١٥سم ، أ ب = ٢٠سم

اثبت أن : جتاجـ جتا ب - جاجـ جا ب = صفر

ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٦) و منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (١ ، -٢) ، ب (٣ ، -٤)

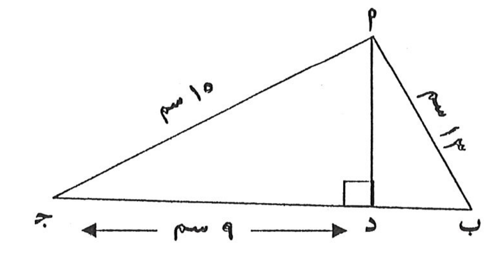
السؤال الثالث :

أ) بدون استخدام الحاسبة ، أوجد القيمة العددية للمقدار : جتا٦٠ جا٣٠ - جا٦٠ جتا٣٠

ب) إذا كان بعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوى ٢ $\sqrt{٥}$ فاحسب قيمة س.

السؤال الرابع :

أ) فى الشكل المقابل :



أ د ⊥ ب جـ ، أ ب = ١٣ سم ، أ جـ = ١٥ سم ، د جـ = ٩ سم

أوجد فى أبسط صورة قيمة $\frac{ظا (∠ جـ أ د) + ظا (∠ ب أ د)}{ظا (∠ جـ أ د) - ظا (∠ ب أ د)}$

ب) أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٤) و عمودى على المستقيم : ٥س-٢ص+٧ = صفر

السؤال الخامس :

أ) أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه أ(٣ ، ٤) ، ب(٢ ، -١) ، جـ (-٤ ، -٣) ، أوجد إحداثيى د .

ب) اثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (-٣ ، -٢) ، (٤ ، ٥) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° .

« انتهت الأسئلة »

جمهورية مصر العربية محافظة الإسكندرية مديرية التربية والتعليم	امتحان « نصف العام » لشهادة إتمام مرحلة التعليم الأساسى (العام) للعام الدراسى (١٤٣٤ هـ - ٢٠١٣م)	المادة : **الجبر والإحصاء** الزمن : **ساعتان**

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) النقطة (−٣ ، ٤) تقع فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

٢) العلاقة التى تمثل تغير طردى بين المتغيرين س ، ص هى ....

(أ) س ص = ٧ (ب) ص = س + ٢ (جـ) $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{ص}$ (د) $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$

٣) إذا كان مجـ $(س - \bar{س})^2$ = ٣٦ لمجموعة من القيم عددها يساوى ٩ فإن σ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٨ (د) ٢٧

٤) إذا كان أ ، ب ، ٢ ، ٣ متناسبة فإن $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

٥) إذا كانت جميع قيم المفردات متساوية فى القيمة فإن ....

(أ) $\bar{س}$ = ٠ (ب) σ = ٠ (جـ) $س - \bar{س} > ٠$ (د) $س - \bar{س} < ٠$

٦) إذا كانت الدالة د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن مجال الدالة د هو..........

(أ) س (ب) ص (جـ) س × ص (د) ص × س

السؤال الثانى

(أ) إذا كانت س = {١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن أ + ب = ٧ لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص. اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى، بين أن ع دالة واكتب مداها.

(ب) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء فى تناسب متسلسل . فاثبت أن : $\frac{أ ب - جـ ء}{ب^2 - جـ^2} = \frac{أ + جـ}{ب}$

السؤال الثالث :

(أ) أوجد أ ، ب إذا كان : (أ − ٧ ، ٢٦) = (−٢ ، $ب^3$ − ١)

(ب) إذا كان المستقيم الممثل للدالة د: ح ← ح حيث د (س) = ٦س − أ يقطع محور الصادات فى النقطة (ب ، ٣)
فأوجد قيمة ٢أ + ٧ ب

السؤال الرابع :

(أ) إذا كانت ٣أ = ٢ ب فأوجد قيمة $\frac{٣أ - ب}{٢أ + ب}$

(ب) مثل بيانيا منحنى الدالة د حيث : د(س) = $(س - ٣)^2$ متخذا س ∈ [٠ ، ٦] و من الرسم استنتج :

١- نقطة رأس المنحنى ٢- القيمة العظمى أو الصغرى للدالة ٣- معادلة محور التماثل

السؤال الخامس :

(أ) إذا كانت ص تتغير عكسيًا مع س و كانت ص = ٢ عندما س = ٤ فأوجد قيمة ص عندما س = ١٦.

(ب) فيما يلى توزيع تكرارى يبين أعمار ١٠ أطفال.

العمر بالسنوات	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

احسب الانحراف المعياري للعمر بالسنوات.

«انتهت الأسئلة»

جمهورية مصر العربية محافظة الإسكندرية مديرية التربية والتعليم	امتحان « نصف العام » لشهادة إتمام مرحلة التعليم الأساسى (العام) للعام الدراسى (١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤م)	المادة : الهندسة وحساب المثلثات الزمن : ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـ ء}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـ ء}$ يساوى ....

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $-\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (ء) $\frac{٤}{٩}$

٢) إذا كانت جتا ٢س = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن قياس زاوية س تساوى ....

(أ) ١٥° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (ء) ٣٠°

٣) إذا كانت دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها ٣ وحدات فإن النقطة .... تنتمى للدائرة.

(أ) (١ ، ٢) (ب) (-٢ ، $\sqrt{٥}$) (جـ) ($\sqrt{٣}$ ، ١) (ء) ($\sqrt{٢}$ ، ١)

٤) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ يوازى محور السينات حيث أ(٨ ، ٣) ، ب (٢ ، ك) فإن ك = ...

(أ) ٣ (ب) ٨ (جـ) ٢ (ء) صفر

٥) ظا أ = ...

(أ) جا أ جتا أ (ب) $\frac{\text{جتا أ}}{\text{جا أ}}$ (جـ) $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$ (ء) $\frac{١}{\text{جتا أ}}$

٦) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ص) ، (٣ ، ٤) ميله يساوى ظا ٤٥° فإن ص = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) -١ (ء) ٤

السؤال الثانى :

أ) أثبت أن جتا ٦٠° = ٢ جتا^{٢} ٣٠° -١

ب) فى الشكل المرسوم:

أ ب جـ ء شبه منحرف فيه $\overline{أب}$ // $\overline{ءجـ}$ ،

أ (٩ ، -٢) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ (س ، -س) ، ء (٤ ، -٣) أوجد إحداثى نقطة جـ

السؤال الثالث :

أ) فى الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى جـ ، أب = ١٣ سم ، ب جـ = ١٢ سم

أوجد قيمة ١ + ظا^{٢} أ

ب) إذا كانت معادلتى المستقيمين $ل_١$ ، $ل_٢$ هما على الترتيب

٢س - ٣ ص + أ = صفر ، ٣ س + ب ص -٦ = صفر

فأوجد أولاً : قيمة ب التى تجعل $ل_١$ ، $ل_٢$ متعامدان

ثانياً : اذا كانت النقطة (١ ، ٣) تقع على المستقيم $ل_١$ فأوجد قيمة أ

السؤال الرابع :

أ) إذا كانت جـ (٤ ، ٦) هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (س ، ٣) ، ب (٦ ، ص) فأوجد قيمة س ، ص .

ب) إذا كانت النقط أ (١ ، ٠) ، ب (-١ ، ٤) ، جـ (٧ ، ٨) ، ء (٩ ، ٤)

فى مستوى إحداثى متعامد. فأثبت أن : الشكل أ ب جـ ء مستطيل ، وأوجد طول قطره.

السؤال الخامس :

أ) فى الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه أ ب = أ جـ = ٨ سم ، ب جـ = ١٢ سم

رسم $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$ أوجد :

أولا : ق(∠ ب) ثانياً : مساحة سطح المثلث أ ب جـ

ب) خط مستقيم ميله $\frac{١}{٢}$ ويقطع جزءاً موجباً من محور الصادات طوله وحدتين أوجد

أولاً : معادلة المستقيم ثانياً : احداثى نقطة تقاطعه مع محور السينات .

انتهت الأسئلة

جمهورية مصر العربية محافظة الإسكندرية مديرية التربية والتعليم	امتحان « نصف العام » لشهادة إتمام مرحلة التعليم الأساسى (العام) للعام الدراسى (١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤م)	المادة : الجبر والإحصاء الزمن : ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) المدى لمجموعة القيم ٧ ، ١٣ ، ١٦ ، ٩ ، ٥ يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ١١ (د) ١٢

٢) إذا كانت د(س) = $س^٢ + ٧$ فإن د (٣) = ...

(أ) ١٠ (ب) ٧ (جـ) ٩ (د) ١٦

٣) العدد الذى أضيف إلى مجموعة الأعداد الآتية ١ ، ٣ ، ٧ ، ١٥ بالترتيب لتكون فى تناسب متسلسل هو ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٤) إذا كانت س × ص = { (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) } فإن ن (س) = ...

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) ٤ (د) ٢

٥) إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ١ عندما س = ٤ فإن ص = ... عندما س = ٨

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٦) اختيار عينة من طبقات المجتمع الاحصائى تسمى بالعينة ....

(أ) العشوائية (ب) الطبقية (جـ) العمدية (د) العنقودية

السؤال الثانى

أ) إذا كانت س = {٢ ، ٣} ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ } أوجد :

١) س × ص و مثله بمخطط سهمى ٢) ن (ص٢)

ب) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة فاثبت أن : $\frac{أ جـ}{ب ء} = \left(\frac{أ - جـ}{ب - ء}\right)^٢$

السؤال الثالث :

أ) إذا كانت س = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ص = { ٠ ، ١ ، ٤ ، ٦ ، ٩} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى " $أ^٢$ = ب" لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص . اكتب بيان ع ، ومثلها بمخطط بيانى

ب) إذا كانت ص= ٣+أ وكانت أ ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت ص=٥ عندما س=١ فأوجد العلاقة بين س ، ص . ثم أوجد ص عندما س = ٢

السؤال الرابع :

أ) إذا كانت د(س) = س - ٦ ، وكان $\frac{١}{٣}$ د (أ) = -٢ . فأوجد قيمة أ .

ب) مثل بيانيا منحنى الدالة د حيث د(س) = $س^٢$ + ٢ س + ١ متخذاً س ∈ [-٤ ، ٢] ، ومن الرسم استنتج :

(١) احداثى رأس المنحنى (٢) معادلة محور التماثل (٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

السؤال الخامس :

أ) أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

ب) إذا كانت درجات طالب فى اختبار نصف العام لخمس مواد هى كما يلى : ٢٠، ١٧، ٢٢ ، ٢٣ ، ١٨ فأوجد الانحراف المعيارى.

« انتهت الأسئلة »

الأزهر الشريف
قطاع المعاهد الأزهرية

امتحان الشهادة الإعدادية الأزهرية
للعام الدراسى١٤٣٥ /١٤٣٦هـ (٢٠١٤/٢٠١٥ م)

الفصل الدراسي الأول — الهندسة وحساب المثلثات — الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية:- (يخصص لكل سؤال ٣ درجات)

١- اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:-

أ) جا^{٢} ٦٠° – جتا^{٢} ٦٠° = ... [صفر ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١]

ب) ميل المستقيم الذى يوازى محور السينات يساوى = ...

[صفر ، –١ ، ١ ، غير معرف]

ج) بعد النقطة (٤ ، ٢) عن محور الصادات يساوى .... وحدة طول

[٢ ، ٦ ، ٤ ، ١٠]

د) إذا كان $\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة حيث أ (٣ ، –٥) ، ب (٥ ، ١) فإن مركز الدائرة هو [(٤ ، –٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٢) ، (٨ ، –٢)]

هـ) إذا كان جتا٢س = $\frac{١}{٢}$ حيث ٢س قياس زاوية حادة موجبة فإن س = ...

[١٥° ، ٣٠° ، ٤٥° ، ٦٠°]

و) معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ١ ويمر بنقطة الاصل هى ....

[س = ١ ، ص = ١ ، ص = س ، ص = –س]

٢- أ) برهن على صحة أن : جا^{٣} ٣٠° = ٩ جتا^{٣} ٦٠° – طا^{٢} ٤٥°

ب) اثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط ص (١ ، ٤) ، س(–١ ، –٢) ، ع(٢ ، –٣) قائم الزاوية في س .

٣- أ) Δ أ ب حـ القائم الزاوية فى حـ ، أحـ = ٣سم ، ب حـ = ٤سم

أوجد قيمة: جا أ + جتا ب .

ب) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (–٣ ، ٢)

٤- أ) أوجد قيمة س حيث " ٠° < س < ٩٠° " إذا كان

جا س = جا ٦٠° جتا ٣٠° – جتا ٦٠° جا ٣٠°

ب) اثبت أن النقط أ(٤ ، ٣) ، ب(١ ، ١) ، حـ(–٥ ، –٣) تقع على استقامة واحده.

٥- اثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (–٣ ، –٢) ، (٤ ، ٥) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° .